www.1shoo.ir

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۲۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سؤالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

www.1shoo.ir

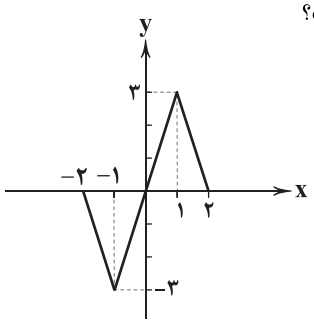
www.1shoo.ir

DriQ.com

ریاضیات

حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع $y=f(x+2)$ به شکل زیر باشد، نمودار تابع $y=f(1-x)$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟



۱) $[-2,1]$

۲) $[-3,-2]\cup[0,1]$

۳) $[-2,0]$

۴) $[0,2]$

۲- اگر دامنه و برد تابع $g(x)=2f(3x-1)+1$ به ترتیب $D_g=[-1,3]$ و $R_g=[-5,1]$ باشد و دامنه و برد تابع $h(x)=-f(2x+1)-2$ به ترتیب $D_h=[a,b]$ و $R_h=[c,d]$ باشد، مقدار $\frac{a+b}{c+d}$ چقدر است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) ۳ ۴) -3

۳- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} ax^2-4ax & x\le -3 \\ x^2+6x+2 & x>-3 \end{cases}$ اکیداً یکنوا باشد، حدود a کدام است؟

۱) $-\frac{1}{3}\le a<0$ ۲) $a\le -3$ ۳) $a<0$ ۴) $a\le -\frac{1}{3}$

۴- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(2x-1)$ بر x^2-2x برابر $3x+1$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $2f(x^2+3x-2)-f(x^2+3x+2)$ بر x^2+3x-1 کدام است؟

۱) ۵ ۲) -5 ۳) ۷ ۴) -7

۵- اگر $A=\frac{(x^9+x^8+x^7+\ldots+1)(x^9-x^8+x^7-\ldots-1)}{(x^7+x^6+x^5+\ldots+1)(x^7-x^6+x^5-\ldots-1)}$ باشد، مقدار $9A$ به ازای $x=\sqrt[4]{2}$ کدام است؟

۱) $33-8\sqrt{2}$ ۲) $31-8\sqrt{2}$

۳) $33+8\sqrt{2}$ ۴) $31+8\sqrt{2}$

۶- اگر دورهٔ تناوب توابع $f(x)=|2\sin(2\pi x)|$، $g(x)=|\sin(2\pi x)+\frac{1}{2}|$ و $h(x)=\tan(\frac{\pi x}{2})\cot(\frac{\pi x}{2})$ را به ترتیب T_1، T_2 و T_3 بنامیم، حاصل $T_1+T_2+T_3$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

محل انجام محاسبات

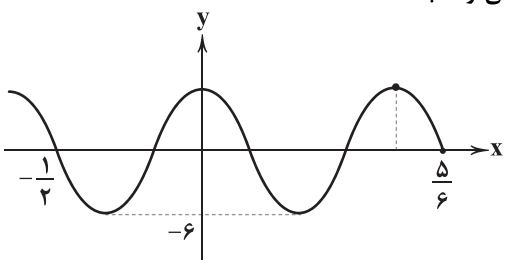
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۷- اگر تابع $y=-۲\tan(۲x-\frac{\pi}{۳})$ در بازهٔ $(-\frac{۱۳\pi}{۱۲}, b)$ اکیداً نزولی باشد، حداکثر مقدار b کدام است؟

۱) $-\frac{۳\pi}{۴}$ ۲) $-\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $-\frac{۷\pi}{۱۲}$ ۴) $-\frac{۵\pi}{۱۲}$

۸- اگر نمودار تابع $y=۳a\sin(\pi(\frac{۳}{۲}-۲bx))$ به شکل زیر باشد، مقدار $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟



۱) -۱
۲) -۲
۳) $-۰/۵$
۴) $-۱/۵$

۹- دستهٔ جواب کلی معادلهٔ $\frac{۱}{\cos^۲x}=\frac{۴\tan x}{\sqrt{۳}\sin ۲x+\cos ۲x}$ کدام است؟

۱) $k\pi+\frac{۷\pi}{۲۴}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{۷\pi}{۲۴}$ ۳) $k\pi+\frac{۵\pi}{۲۴}$ ۴) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{۵\pi}{۲۴}$

۱۰- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan x+\tan(x-\frac{\pi}{۱۰})=\cot x+\cot(\frac{۲\pi}{۵}+x)$ در بازهٔ $[۰, \pi]$ چقدر است؟

۱) ۲π ۲) $\frac{۸\pi}{۵}$ ۳) $\frac{۷\pi}{۵}$ ۴) $\frac{۶\pi}{۵}$

۱۱- اگر $\lim_{x\to ۳}\frac{x^۲-۵x}{ax^۳-bx^۲-x^۴}=+\infty$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۶

۱۲- فرم نمودار تابع $f(x)=\frac{۲-|x-۱|}{|x-۱|-|x+۲|-۳}$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟

۱)
۲)
۳)
۴)

۱۳- حاصل عبارت $A=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^۲+۲x-۱}{x^۲+x+۱}\right]+\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{۲x-۳}{x+۱}\right]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۱۴- نقاط برخورد تابع $f(x)=\frac{۲x^۳+x^۲+x-۱}{x^۳-x^۲+x+۲}$ با مجانب افقی خود، با یک‌دیگر چه فاصله‌ای دارند؟

۱) $\frac{\sqrt{۵۶}}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶۱}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۶۳}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶۷}}{۳}$

۱۵- نمودار تابع $f(x)=\frac{ax^۲+۲x}{۳x^۲-bx+c}$ دارای خط‌های مجانب $y=۲$ و $x=-۱$ و $x=۳$ است. مقدار $f(۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۴}{۹}$ ۲) $-\frac{۱۴}{۹}$ ۳) $\frac{۲۸}{۹}$ ۴) $-\frac{۲۸}{۹}$

ریاضیات گسسته

۱۶- اگر $A=۱^۳+۲^۳+۳^۳+...+n^۳$ آن‌گاه به ازای چند عدد اول کوچک‌تر از ۵۰ برای n، حاصل A یک عدد زوج است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۷- کدام عدد کلیت حکم «اگر x عددی گنگ باشد آن‌گاه $x^۳-۹x^۲+۲۷x+۲$ عددی گنگ است» را نقض می‌کند؟

۱) $۳\sqrt{۵}-۳$ ۲) $۵\sqrt{۳}+۲$ ۳) $۲\sqrt[۳]{۵}+۳$ ۴) $۲\sqrt[۳]{۷}+۲$

۱۸- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی n که دو عدد $۷n+۲$ و $۹n-۵$ نسبت به هم اول نباشند، کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۵ ۳) ۱۳ ۴) ۱۱

۱۹- باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر اعداد ۹ و ۱۱ به ترتیب ۷ و ۴ است. اگر باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۹۹ برابر r باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $۵\mid r-۱$ ۲) $۱۳\mid r-۱$ ۳) $۱۹\mid r-۱$ ۴) $۲۳\mid r-۱$

۲۰- به ازای چند عدد دو رقمی n، رابطه $(۵n+۳, ۳n+۲)\neq(۷n+۱, ۶n-۵)$ برقرار است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱- از رابطه $۷\mid ۵k+۲$ می‌توان رابطه $۴۹\mid ۲۵k^۲+nk-۴۵$ را نتیجه گرفت. برای n چند عدد ۳ رقمی وجود دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۲۲- اگر ۷ خرداد در یک سال پنج‌شنبه باشد، اولین شنبه در دی ماه چندم است؟

۱) ۳ ام ۲) ۴ ام ۳) ۵ ام ۴) ۶ ام

۲۳- اگر $A=۱!+۲!+۳!+...+۱۰۰۱!$ و $B=۲!+۳!+۴!+...+۱۰۰۰!$ باشد، یکان عدد $(AB)^{(B+A)!}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) صفر

۲۴- ۷۳ کیلوگرم برنج را در کیسه‌های ۲ و ۵ کیلوگرمی بسته‌بندی می‌کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۲۵- باقی‌مانده تقسیم عدد $\overline{۳a۵۲a۳۷}$ بر عدد ۴۴ کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۳ ۳) ۲۵ ۴) ۲۷

۲۶- گراف G از مرتبه ۱۲ یک رأس درجه ۵ و یک رأس درجه ۳ دارد. مکمل این گراف حداکثر چند یال دارد؟

۱) ۵۷ ۲) ۵۹ ۳) ۶۱ ۴) ۶۳

۲۷- در یک گراف ساده از مرتبه ۸، میانگین درجات رئوس برابر ۳ است. این گراف حداکثر چند رأس ایزوله دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۸- اگر $V=\{a,b,c,d,e,f,g\}$ مجموعه رئوس یک گراف کامل باشد، چند مسیر به طول ۴ از a به b وجود دارد که از رأس c عبور کند ولی از رأس d عبور نکند؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴

۲۹- گراف ساده G ، ۵ ـ منتظم از مرتبه p است. اگر $q=p+۱۲$ باشد، چند یال به این گراف اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۳۰- اگر $V=\{a,b,c,d\}$ مجموعه رئوس یک گراف کامل مرتبه ۴ باشد، این گراف چند زیر گراف ۱ ـ منتظم دارد؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

هندسه (۳)

۳۱- اگر $۳AB-BA=O$ و $kAB^۳=B^۳A$ باشد، مقدار k کدام است؟

۱) ۹ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) ۲۷ ۴) $\frac{۱}{۲۷}$

۳۲- اگر $\begin{bmatrix}-۱ & ۴\\ ۵ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۲ & ۲\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۴۲ ۳) ۴۸ ۴) ۵۱

۳۳- اگر $A=\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ ۴ & -۳\end{bmatrix}$ باشد، حاصل $(A^۴-۲I)^{۱۶}$ کدام است؟

۱) A ۲) I ۳) $-A$ ۴) $-I$

۳۴- اگر $۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۲\\ ۲ & |A|\end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|۶A^{-۱}|$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۴ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۳۵- اگر A و B دو ماتریس ۲×۲ و وارون‌پذیر باشند به طوری‌که $AB=\begin{bmatrix}-۴ & -۲\\ ۸ & ۴\end{bmatrix}$ و $A^{-۱}+B^{-۱}=I$ آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $(A+B)^{۱۵!}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۶

۳۶- به ازای $m\in\mathbb{R}-\{a,b\}$ دستگاه $\begin{cases}(m+۱)x+(m-۲)y=۷\\ (۳-m)x-۲my=-۲\end{cases}$ جواب منحصر به فرد ندارد. حاصل ab کدام است؟

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۷ ۴) -۷

۳۷- مربعی به ضلع ۲ مفروض است. مکان هندسی نقاطی درون مربع که فاصلهٔ آن‌ها از رئوس مربع کم‌تر از ۱ باشند، ناحیه‌ای را تشکیل می‌دهد. محیط این ناحیه کدام است؟

۱) $۴+۲\pi$ ۲) $۸+۲\pi$ ۳) $۴+۴\pi$ ۴) $۸+۴\pi$

۳۸- دایره C به مرکز O از نقطه $A(-۱,۳)$ عبور می‌کند و در نقطه $B(۵,۳)$ بر خط $۴y+۳x=۲۷$ مماس است. مجموع طول و عرض مرکز این دایره کدام است؟

۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۳۹- مجموع مقادیر m که به ازای آن، دو دایره $x^۲+y^۲-۲x+۴y-m=۰$ و $x^۲+y^۲+۴x-۴y+m=۰$ مماس خارج هستند، کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

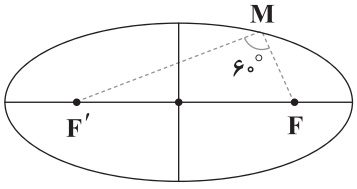
۴۰- اگر نقطه $A(m,m+۲)$ درون دایره $x^۲+y^۲-۲x+۶y-۱۰=۰$ باشد، حدود m کدام است؟

۱) $-۳<m<-۱$ ۲) $-۱<m<۳$ ۳) $-۳<m<۱$ ۴) $۱<m<۳$

۴۱- کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه $A(-۱,۴)$ و $B(۳,۲)$ عبور می‌کند، محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۴۲- در بیضی شکل زیر $MF=۳$ و $MF'=۸$ است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۸}$

۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۳}{۸}$

۴) $\frac{۷}{۱۱}$

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۴۳- در یک بیضی به اقطار ۲۶ و ۱۰ واحد، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی به شعاع ۱۲ واحد، بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون کدام است؟

۱) ۴۸۴ ۲) ۵۷۶ ۳) ۶۲۵ ۴) ۶۷۶

۴۴- طول قطر بزرگ یک بیضی $12\sqrt{3}$ است. خط d در نقطه M بر این بیضی مماس است. اگر $F\hat{M}F' = 60^\circ$ باشد، مجموع فاصله‌های دو کانون از خط d کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۴۵- در یک بیضی به کانون‌های F' و F، اندازهٔ قطر کوچک $4\sqrt{5}$ و فاصلهٔ کانونی ۸ است. اگر خط d بر این بیضی مماس و قرینهٔ کانون F' نسبت به خط d نقطه M باشد، اندازه MF کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سؤالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

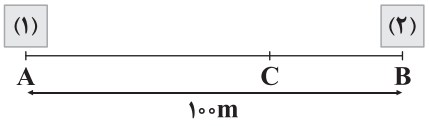
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فیزیک ۳	۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی ۳	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

www.1shoo.ir

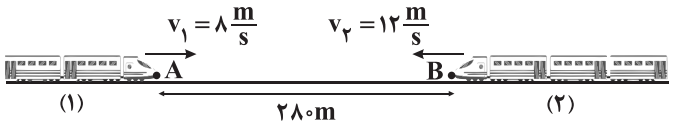
www.1shoo.ir

۴۶- دو متحرک هم‌زمان از نقاط A و B با سرعت‌های ثابت به سمت هم شروع به حرکت می‌کنند و هم‌زمان در نقطهٔ C به هم می‌رسند. پس از آن ۴s طول می‌کشد تا متحرک (۱) فاصلهٔ CB را طی کند و ۹s طول می‌کشد تا متحرک (۲) فاصلهٔ CA را طی کند. اندازهٔ سرعت متحرک‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ برحسب متر بر ثانیه در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



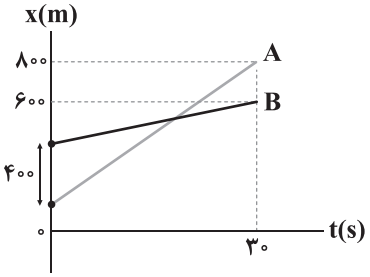
۱) $\frac{۱۰}{۳}$ و ۲۰
۲) ۲۰ و ۱۰
۳) ۱۰ و $\frac{۲۰}{۳}$
۴) ۱۰ و ۱۵

۴۷- روی دو ریل موازی و مستقیم، قطار (۱) به طول ۵۰m و با سرعت ثابت $۸\frac{m}{s}$ و قطار (۲) با طول ۷۰m و با سرعت ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ به سمت هم حرکت می‌کنند. در لحظهٔ $t=۰$ جلوی قطار (۱) از نقطهٔ A و ۱۰ ثانیهٔ بعد جلوی قطار (۲) از نقطهٔ B عبور می‌کند. اگر فاصلهٔ نقاط A و B از یک‌دیگر ۲۸۰m باشد، چند ثانیه بعد از عبور قطار (۲) از نقطهٔ B، دو قطار به طور کامل از کنار هم عبور می‌کنند؟



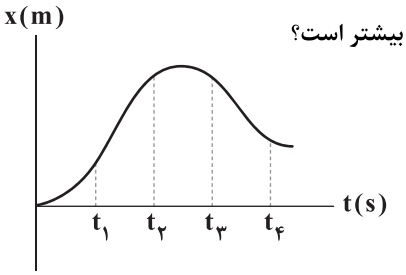
۱) ۱۶
۲) ۳۲
۳) ۴۸
۴) ۸

۴۸- نمودار مکان ــ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند؟



۱) ۱۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۲۵

۴۹- نمودار مکان ــ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر فواصل زمانی مشخص‌شده بر روی نمودار مساوی باشند، اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی نسبت به سایر بازه‌های زمانی بیشتر است؟



۱) ۰ تا $t_۱$
۲) $t_۱$ تا $t_۲$
۳) $t_۲$ تا $t_۳$
۴) $t_۳$ تا $t_۴$

محل انجام محاسبات

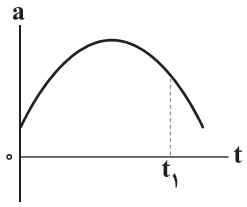
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۵۰- معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = t^3 - 4t^2 + 3t$ است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ و لحظه‌ای که متحرک برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۱- نمودار شتاب ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط با این متحرک در بازهٔ زمانی $t = 0$ تا t_1 درست است؟



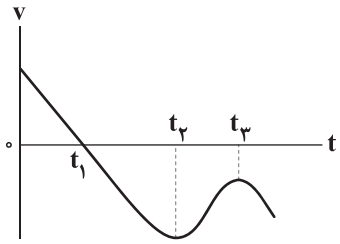
۱) شتاب متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۲) سرعت متحرک پیوسته افزایش می‌یابد.

۳) اندازهٔ شتاب آن پیوسته زیاد می‌شود.

۴) اندازهٔ شتاب متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۵۲- نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در شروع حرکت در مبدأ مکان قرار داشته باشد، کدام گزینه در مورد آن صحیح است؟



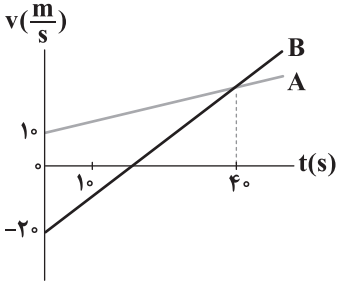
۱) در لحظهٔ t_3 متحرک در دورترین نقطه نسبت به مبدأ حرکتش قرار دارد.

۲) متحرک در لحظهٔ t_1 دوباره از نقطهٔ شروع حرکتش عبور می‌کند.

۳) شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 مثبت است.

۴) متحرک یک بار دیگر در طول حرکتش از نقطهٔ شروع حرکتش عبور می‌کند.

۵۳- نمودار سرعت ــ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک از لحظهٔ $t = 0$ تا لحظهٔ $t = 10s$ چند متر است؟



۱) ۳۳۷/۵

۲) ۶۰۰

۳) ۲۶۲/۵

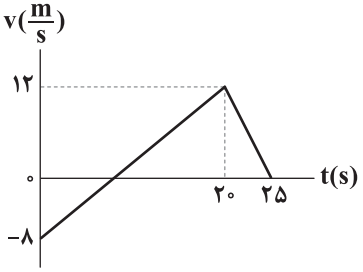
۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۵۴- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در کل مدت‌زمان حرکتش چند برابر سرعت متوسط آن در کل حرکتش است؟



۱) $\frac{۶۷}{۷۰}$
۲) $\frac{۶۷}{۳۵}$
۳) $\frac{۱۳۴}{۳۵}$
۴) $\frac{۷۷}{۳۵}$

۵۵- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=t^۲-۳t+۲$ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت این متحرک درست است؟

الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ب) شتاب متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ج) بردار مکان متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت آن می‌باشد.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

۵۶- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=t^۲-۴t+۱$ است. در بازهٔ زمانی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۴s$ تندی متوسط این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) ۲

۵۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. بین دو لحظهٔ $t_۱=۳s$ تا $t_۲=۳/۵s$ تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۲/۵
۲) ۱۸
۳) ۱۶/۲۵
۴) ۹

۵۸- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. اگر در دو ثانیهٔ آخر حرکتش، ۷۵ درصد ارتفاع h را طی کند، گلوله پس از چند ثانیه به سطح زمین می‌رسد؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۵۹- خودرویی با تندی $۷۲\frac{km}{h}$ روی یک جادهٔ افقی در حرکت است، راننده ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین چرخ‌های خودرو و سطح برابر با ۰/۲۵ باشد و از کلیهٔ نیروهای مخالف دیگر در برابر حرکت صرف نظر شود، خودرو چند ثانیه پس از ترمز متوقف می‌شود؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۶۰- شخصی روی یک ترازوی فنری ایستاده است. اگر این شخص تصمیم بگیرد که روی ترازو بنشیند، از لحظه‌ای که شروع به نشستن می‌کند تا لحظه‌ای که کامل روی ترازو می‌نشیند، عددی که ترازو نشان می‌دهد چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ترازو وزن کم‌تری را نشان می‌دهد.
۲) ترازو وزن بیشتری را نشان می‌دهد.
۳) ترازو ابتدا وزن بیشتری و در نهایت وزن کم‌تری را نشان می‌دهد.
۴) ترازو ابتدا وزن کم‌تری و در نهایت وزن بیشتری را نشان می‌دهد.

۶۱- فردی یک گاری را به سمت شمال هُل می‌دهد. در این حرکت، نیروهای اصطکاک وارد بر فرد و گاری به ترتیب در کدام جهت‌ها هستند؟

۱) شمال ـ شمال
۲) شمال ـ جنوب
۳) جنوب ـ شمال
۴) جنوب ـ جنوب

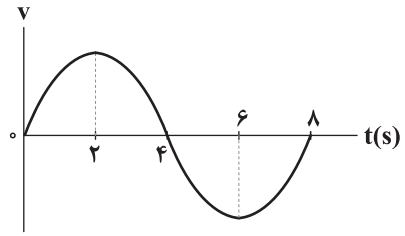
۶۲- داخل محفظهٔ یک کامیون حمل مواد غذایی، جسمی به جرم ۶۰۰g توسط نخ سبکی از سقف آویزان است. اگر کامیون با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ در حال حرکت باشد، اندازهٔ نیروی کشش این نخ چند نیوتون است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) $\sqrt{۵}$
۲) $۳\sqrt{۵}$
۳) ۳
۴) ۶

۶۳- سه نیروی $\vec{F}_۱$، $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ به ترتیب با بزرگی‌های ۱۰N، ۱۵N و ۴۰N به جسمی به جرم ۴kg به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. کدام گزینه نمی‌تواند اندازهٔ شتاب این جسم برحسب متر بر مجذور ثانیه باشد؟

۱) ۳/۷۵
۲) ۸/۲۵
۳) ۱۶/۲۵
۴) ۱۹/۷۵

۶۴- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. در کدام بازهٔ زمانی، تکانهٔ متحرک در جهت محور x و نیروی خالص وارد بر آن در خلاف جهت محور x است؟



۱) دو ثانیهٔ اول حرکت
۲) دو ثانیهٔ دوم حرکت
۳) دو ثانیهٔ سوم حرکت
۴) دو ثانیهٔ چهارم حرکت

۶۵- یک جسم به جرم ۴kg را روی سطحی با نیروی افقی $\vec{F}=۲۵N$ می‌کشیم. اندازهٔ شتاب حرکت جسم و اندازهٔ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg}, \mu_s=۰/۵, \mu_k=۰/۴)$

۱) ۱/۲۵ و $۸\sqrt{۲۹}$
۲) ۲/۲۵ و $۸\sqrt{۲۹}$
۳) ۱/۲۵ و $۸\sqrt{۱۴}$
۴) ۲/۲۵ و $۸\sqrt{۱۴}$

۶۶- معادلهٔ تکانه برحسب زمان برای جسمی به جرم ۲kg در دستگاه SI به شکل $p=t^۲-۸t+۷$ می‌باشد. نیروی متوسط وارد بر این جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای دومین بار متحرک متوقف می‌شود، چند نیوتون است؟

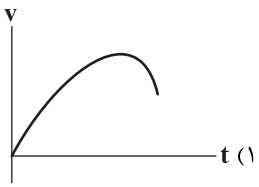
۱) صفر
۲) ۱
۳) −۱
۴) −۲

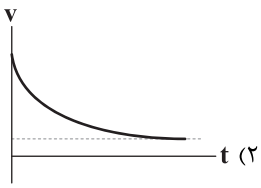
محل انجام محاسبات

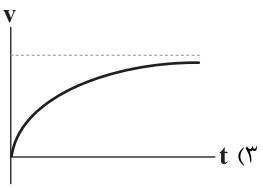
www.1shoo.ir

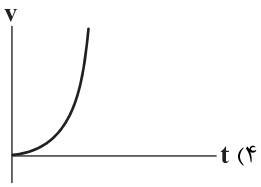
www.1shoo.ir

۶۷- چتربازی از هواپیمایی پایین می‌پرد و پس از مدتی چترش را باز می‌کند. کدام نمودار تندی چترباز را از لحظهٔ باز شدن چتر تا لحظهٔ رسیدن به زمین، به درستی نشان می‌دهد؟ (ارتفاع پرش را خیلی زیاد در نظر بگیرید.)

۱) 

۲) 

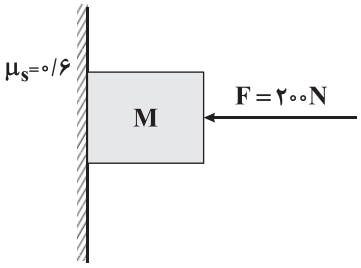
۳) 

۴) 

۶۸- جسمی به جرم ۲۰۰g، توسط فنری بدون جرم با ثابت $۴۰۰\frac{N}{m}$، از سقف یک آسانسور آویزان است. ابتدا آسانسور با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، در این حالت تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی برابر با x است. سپس آسانسور با شتاب کندشوندهٔ $۲\frac{m}{s^۲}$ در همان جهت می‌ایستد که در این حالت نیز تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی برابر با x' است. نسبت x' به x در کدام گزینه به درستی آمده است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۶۹- در شکل زیر، جسمی به جرم M، توسط نیروی افقی $\vec{F}$ به بزرگی ۲۰۰N به دیوار قائمی فشرده شده است و اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر آن برابر با ۸۰N است. پس از آن‌که وزنه‌ای به جرم m را از جسم آویزان می‌کنیم، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. مقدار $\frac{M}{m}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



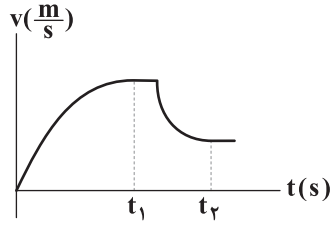
۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۸

۷۰- نمودار سرعت ـ زمان چتربازی که از ارتفاع h از سطح زمین سقوط می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در برابر چترباز در لحظهٔ $t_۱$ را با $f_۱$ و در لحظهٔ $t_۲$ را با $f_۲$ نشان دهیم، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $f_۱ > f_۲$

۲) $f_۱ < f_۲$

۳) $f_۱ = f_۲$

۴) با توجه به شرایط، هر سه گزینه امکان‌پذیر است.

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۷۱- جسمی به جرم ۲kg محیط دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر را با تندی ثابت طی می‌کند. به طوری‌که در هر ۱ دقیقه ۱۸۰ مرتبه محیط دایره را طی می‌کند. تغییر تکانهٔ این جسم در $\frac{۱}{۴}$ دوره چند واحد SI است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) $۱۸۰\sqrt{۲}$ ۴) $۳۶۰\sqrt{۲}$

۷۲- اگر بخواهیم دورهٔ نوسان یک آونگ ساده که از سقف آسانسوری آویزان است، در حالی‌که آسانسور با شتاب $۱\ \frac{m}{s^۲}$ به سمت بالا حرکت می‌کند، نسبت به حالتی‌که آسانسور با همین شتاب به سمت پایین حرکت می‌کند، ۱۰ درصد بیشتر شود، طول آن تقریباً چند درصد و چگونه باید تغییر کند؟

۱) ۰/۱ ـ افزایش ۲) ۰/۱ ـ کاهش ۳) ۱ ـ افزایش ۴) ۱ ـ کاهش

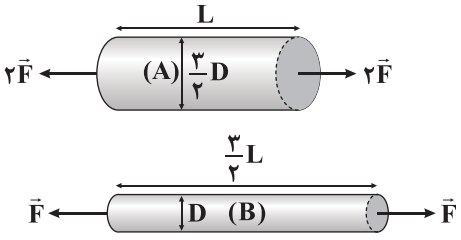
۷۳- یک آونگ ساده را در دو حالت به نوسان در می‌آوریم. در حالت اول، آونگ در آسانسوری که بر روی یک سیاره که جرم آن $\frac{۱}{۱۰}$ جرم زمین و شعاع آن $\frac{۱}{۳}$ شعاع زمین است، با شتاب $۴\ \frac{m}{s^۲}$ به سمت بالا در حال حرکت است، به نوسان در می‌آید و هم‌چنین دمای آونگ بر روی این سیاره $۵۰۰^\circ C$ از زمین بیشتر است. در حالت دوم، آونگ در آسانسوری که بر روی زمین با شتاب $۲\ \frac{m}{s^۲}$ به سمت پایین حرکت می‌کند، به نوسان در می‌آید. دورهٔ نوسان آونگ در حالت دوم چند برابر دورهٔ نوسان آونگ در حالت اول است؟ $(\alpha = ۱۰^{-۳}\ \frac{۱}{^\circ C})$

۱) $\frac{۶}{\sqrt{۱۰}}$ ۲) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۶}$ ۳) $\frac{۱۳}{۴\sqrt{۵}}$ ۴) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۱۳}$

۷۴- تاری به طول ۴ متر و جرم یکنواخت ۲ کیلوگرم که با نیروی کششی به بزرگی ۲۰۰ نیوتون از دو طرف کشیده می‌شود، از یک‌سو به نوسان در می‌آید. اگر فاصلهٔ هر قله تا ذرهٔ مجاورش برابر ۲ سانتی‌متر باشد، از لحظهٔ آغاز نوسان تا لحظه‌ای که اولین نوسان به انتهای تار برسد، نوسانگر حدوداً چند نوسان کامل در تار ایجاد کرده است؟

۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۵۰

۷۵- در شکل زیر، چگالی تار B دو برابر چگالی تار A است. تندی انتشار موج عرضی در تار B چند برابر تندی انتشار موج عرضی در تار A است؟



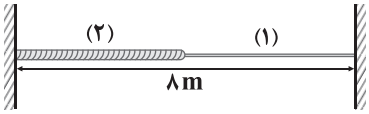
۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۸}{۳}$

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

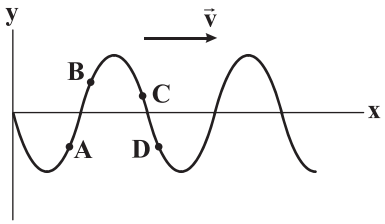
www.1shoo.ir

۷۶- در شکل زیر، چگالی خطی جرم ریسمان (۲)، ۹ برابر چگالی خطی جرم ریسمان (۱) است. اگر محل اتصال ریسمان‌ها را به سمت بالا کشیده و رها کنیم، موج‌های عرضی در ریسمان‌ها ایجاد می‌شوند که به صورت هم‌زمان به دو سر دیگر ریسمان‌ها می‌رسند. طول ریسمان (۱) چند متر است؟



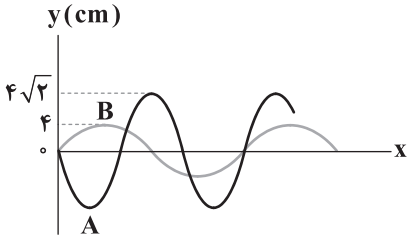
۱) ۲
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۵

۷۷- در شکل زیر، یک موج عرضی پیش‌رونده در محیط نشان داده شده است. کدام ذره از محیط دارای حرکت کندشوندهٔ رو به بالا است؟



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

۷۸- در شکل زیر، نقش دو موج عرضی نشان داده شده است. انرژی موج A چند برابر انرژی موج B است؟



۱) $\frac{۲}{۹}$
۲) $\frac{۹}{۲}$
۳) ۲
۴) $\frac{۱}{۲}$

۷۹- کدام گزینه در مورد انتشار امواج مکانیکی صحیح است؟

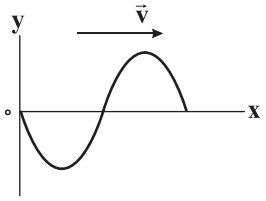
۱) اگر موجی از یک محیط وارد محیط دیگری شود و سرعت آن ۲ برابر شود، بسامد آن نیز ۲ برابر می‌شود.

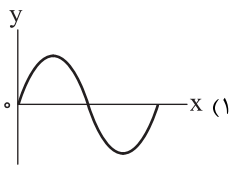
۲) اگر موج از یک محیط وارد محیط دیگری شود، بسامد آن تغییر نمی‌کند.

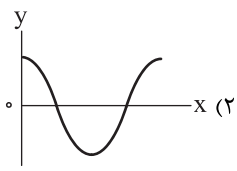
۳) اگر دامنهٔ موجی ۲ برابر و طول موج نصف شود، انرژی انتقالی توسط موج تغییر نمی‌کند.

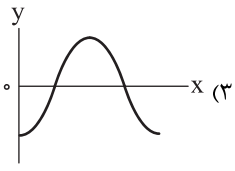
۴) اگر دامنهٔ موجی ۲ برابر و طول موج آن نصف شود، انرژی انتقالی توسط موج ۴ برابر می‌شود.

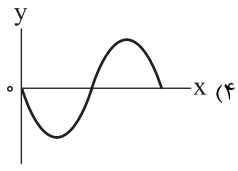
۸۰- شکل زیر، شکل یک موج در یک ریسمان را در لحظهٔ $t = ۰$ نشان می‌دهد. $\frac{T}{۴}$ ثانیه بعد شکل این موج در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

شیمی

۸۱- ۸۵/۲ گرم از یک صابون جامد را درون ۱۲ کیلوگرم محلول کلسیم کلرید می‌اندازیم. اگر جرم نمک خوراکی پس از جداسازی و خشک کردن برابر با ۳۵/۱ گرم باشد، غلظت کلسیم کلرید در محلول اولیه چند ppm بوده است؟

$(C=12, H=1, O=16, Ca=40, Na=23, Cl=35/5 : g.mol^{-1})$

۱) ۲۷۷۵ ۲) ۵۵۵۵ ۳) ۲۷۷/۵ ۴) ۵۵۵/۵

۸۲- در فرمول ساختاری پاک کنندهٔ غیرصابونی جامد A، ۴ پیوند $C=C$ و در فرمول شیمیایی آن، ۳۱ اتم هیدروژن وجود دارد. نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی اکسیژن در این پاک‌کننده کدام است؟ $(C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۴/۷۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۷۵

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در مولکول اوره مجموع شمار اتم‌های کربن و اکسیژن برابر با شمار اتم‌های نیتروژن است.
- اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی بوده که شمار اتم‌های هیدروژن آن و مولکول اتانول با هم برابر است.
- شمار اتم‌های کربن مولکول وازلین، بیشتر از ۳ برابر شمار اتم‌های کربن مولکول بنزین است.
- در روغن زیتون، شمار اتم‌های هیدروژن، دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۴- درجهٔ یونش کدام یک از محلول‌های زیر کوچک‌تر است؟

۱) نیتریک اسید ۰/۲ مولار
۲) نیتریک اسید ۱/۲ مولار
۳) نیترو اسید ۰/۲ مولار
۴) نیترو اسید ۱/۲ مولار

۸۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- کلوئیدها و سوسپانسیون در برابر نور، رفتارهای مشابهی دارند.
- کلوئیدها مانند رنگ پوششی، شیر و ژله جزو مخلوط‌های پایدار طبقه‌بندی می‌شوند.
- ذره‌های سازنده سوسپانسیون، یون‌ها یا مولکول‌های درشت هستند.
- هنگامی‌که صابون وارد آب می‌شود، به کمک سر آب‌دوست خود با آب واکنش می‌دهد.

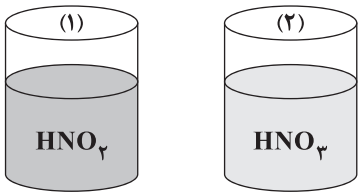
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۸۶- برای خنثی کردن a میلی‌لیتر از محلول (۱) به ۲۳ میلی‌لیتر از محلول سود M مولار و برای خنثی کردن b میلی‌لیتر از محلول (۲) به ۶۹ میلی‌لیتر از همان محلول سود نیاز است. نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟



pH = ۴/۱
٪α = ٪۰/۵

pH = ۲/۴

۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) ۱۲
۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۸۷- با فرض این‌که اکسید هر کدام از عنصرهای زیر در آب حل شده و با آب واکنش شیمیایی دهند، در چند مورد، نسبت غلظت یون هیدروکسید به غلظت یون هیدرونیوم در محلول حاصل، بزرگ‌تر از یک است؟

$_{۵۶}A$ • / $_{۱۱}X$ • / $_{۱۶}D$ • / $_{۳۵}E$ • / $_{۳۸}G$ •

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۸۸- اگر برای پاک کردن ۱۱۳/۶ گرم اسید چرب یک عاملی که مسیر لولهٔ آب را مسدود کرده است از ۲۶/۶۷ گرم سود ٪۶۰ خالص استفاده شود، درصد جرمی کربن در اسید مورد نظر به تقریب کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی اسید چرب، سیر شده است.)

$(Na=۲۳ , O=۱۶ , H=۱ , C=۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) ۷۶/۰۵ ۲) ۷۱/۸۳ ۳) ۶۷/۶۰ ۴) ۸۲/۰۳

۸۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آزمایش‌ها نشان می‌دهند که آب آشامیدنی برخلاف آب خالص، رسانایی الکتریکی دارد.
- پتاس سوزآور، جوهرنمک و محلول سفیدکننده، موادی خورنده به شمار می‌روند.
- در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیرهٔ معده تولید می‌شود.
- گل ادریسی در خاکی که غلظت یون هیدرونیوم آن ۲×۱۰^{-۵} مول بر لیتر است به رنگ آبی شکوفا می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۰- ۴۳۲ میلی‌گرم دی نیتروژن پنتااکسید را در مقداری آب $۲۵^\circ C$ حل کرده و حجم محلول را به ۸ لیتر می‌رسانیم. اگر به این محلول، ۴۸۰ میلی‌گرم سود اضافه کنیم، پس از انجام واکنش pH محلول نهایی کدام است؟ $(N=۱۴ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۰ ۲) ۹/۷ ۳) ۱۱ ۴) ۱۰/۷

۹۱- در محلول ۲۴ درصد جرمی نیترواسید با چگالی $۱/۰۳۴ g.mL^{-۱}$ غلظت یون نیتریت برابر با $۰/۱۳۲ mol.L^{-۱}$ است. درصد یونش اسید کدام است؟ $(H=۱ , N=۱۴ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۹۲- ۸ گرم جوش شیرین ناخالص، چهار دسی‌لیتر محلول جوهرنمک با $pH = ۱/۱$ را به‌طور کامل خنثی می‌کند. درصد خلوص جوش شیرین کدام است؟ (فرض کنید ناخالصی‌ها با جوهرنمک واکنش نمی‌دهند.) $(Na = ۲۳ , H = ۱ , C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۵ ۲) ۳۳/۶ ۳) ۴۷/۵۳ ۴) ۵۰

۹۳- اگر غلظت اسید HA برابر ۰/۰۴ مولار و ثابت یونش آن ۰/۰۲ باشد، pH محلول این اسید کدام است؟

۱) ۱/۴ ۲) ۱/۷ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۷

۹۴- در سلول گالوانی «آلومینیم ـ مس» جرم تیغهٔ آندی ۱۲۱/۵g و خلوص آن برابر با ۷۰٪ است. پس از مصرف نیمی از بخش خالص تیغهٔ آندی، چند مول الکترون در مدار بیرونی به قطب مثبت مهاجرت کرده است؟ (ناخالصی‌های تیغهٔ آندی در واکنش کلی سلول شرکت نمی‌کنند.) $(Al = ۲۷ , Cu = ۶۴ : g.mol^{-۱})$

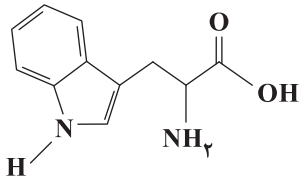
۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۴/۷۲۵ ۴) ۹/۴۵

۹۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- سلول نور الکتروشیمیایی که از آن برای روشنایی و تولید نور استفاده می‌شود، یک سلول گالوانی است.
- در سلول گالوانی آهن ـ قلع، کاتیون‌های قلع از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند.
- بیشترین و کم‌ترین عدد اکسایش عنصرهای $_{۳۵}A$ و $_{۲۵}X$ مشابه هم است.
- تمامی واکنش‌های انجام شده در سلول‌های گالوانی و الکترولیتی از نوع اکسایش ـ کاهش هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۶- تفاوت میان بیشترین و کم‌ترین عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب ال ـ تریپتوفان که ساختار آن به صورت زیر می‌باشد، کدام است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۹۷- در سلول گالوانی آهن ـ مس، پس از مدت زمان مشخصی، ۱/۱۲ گرم از جرم الکترود آندی کم می‌شود. اگر الکترود آهن را با الکترود نقره جایگزین کنیم، به‌ازای مبادله‌ی همان مقدار الکترون، چند گرم از جرم الکترود آندی کم می‌شود؟ $(Fe = ۵۶ , Cu = ۶۴ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲/۱۶ ۲) ۴/۳۲ ۳) ۱/۲۸ ۴) ۰/۶۴

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۹۸- پس از موازنهٔ واکنش‌های زیر، شمار الکترون‌های جابه‌جا شده در واکنش (I) چند برابر شمار الکترون‌های جابه‌جا شده در واکنش (II) است؟

I) $Fe(CN)_6^{3-} + Cr_2O_7^{2-} + H^+ \rightarrow Fe^{3+} + CO_2 + NO_3^- + Cr^{3+} + H_2O$

II) $Mn^{2+} + BiO_3^- + H^+ \rightarrow Bi^{3+} + MnO_4^- + H_2O$

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴/۸ ۴) ۸/۴

۹۹- اگر بدانیم emf سلول‌های گالوانی استاندارد آلومینیم ـ آهن و آهن ـ مس به‌ترتیب برابر با ۱/۲۲ و ۰/۷۸ ولت است، emf سلول گالوانی استاندارد آلومینیم ـ مس چند ولت خواهد بود؟

۱) ۱/۰۰ ۲) ۲/۰۰ ۳) ۱/۶۱ ۴) ۰/۴۴

۱۰۰- در نوعی سلول سوختی از هیدرازین به عنوان سوخت استفاده می‌شود. به ازای تولید ۲۵/۶ گرم فراورده در این سلول، چند الکترون بین اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود؟ $(N=14 , H=1 , O=16 : g.mol^{-1})$ (فراورده‌های این سلول، گاز نیتروژن و H_2O است.)

۱) $9/632\times10^{22}$ ۲) $9/632\times10^{23}$ ۳) $4/816\times10^{22}$ ۴) $4/816\times10^{23}$

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در واکنش ترمیت، واکنش‌دهندهٔ عنصری نقش اکسنده را دارد.
- در حال حاضر تنها راه اقتصادی تولید گاز هیدروژن، برقکافت آب است.
- محلول هیدروکلریک اسید را می‌توان در ظرف مسی نگه‌داری کرد.
- در باتری‌های روی ـ نقره، فلز روی و ترکیب نقره اکسید به فلز نقره و ترکیب روی اکسید تبدیل می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- در واکنش کلی سلول مارتین هال به ازای مصرف یک تُن از مجموع واکنش‌دهنده‌ها، چند کیلوگرم از جرم تیغه آندی کاسته می‌شود؟ $(Al=27 , C=12 , O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۵۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۴۰

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- با ایجاد خراش در حلبی و آهن سفید، نیم‌واکنش‌های کاهش مشابه هم هستند.
- پتانسیل کاهشی یون $Zn^{2+}(aq)$ از هر کدام از یون‌های $Sn^{2+}(aq)$ و $Fe^{2+}(aq)$ منفی‌تر است.
- فرایند هال با انتشار گاز گلخانه‌ای همراه است و به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینهٔ بالایی دارد.
- برخی فلزها مانند طلا و پلاتین اکسایش نمی‌یابند، اما فلزهایی که اکسایش می‌یابند، سرانجام خورده می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۱۰۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در استخراج فلز منیزیم از آب دریا همانند تهیه صنعتی فلز سدیم، گاز کلر نیز به دست می‌آید.
- در سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب، کاتیون‌های سدیم با حرکت به سمت کاتد، کاهش می‌یابند.
- سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.
- سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است که برای گذر از تنگنای تأمین انرژی و کاهش آلودگی محیط‌زیست، طراحی و ابداع شده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- در آبکاری یک قاشق نقره‌ای با طلا، تیغهٔ طلا نقش آند را داشته و به قطب منفی باتری متصل است.
- برای ساخت حلبی باید فلزهای Fe و Sn را در یک سلول الکترولیتی (آبکاری) قرار داد.
- هیچ‌کدام از فلزهای دوره سوم جدول تناوبی به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شوند.
- عدد اکسایش تمامی عنصرها به‌جز فلوئور می‌تواند مثبت باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۱/۱۸

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	
۲	فیزیک ۳		۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی ۳		۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

	دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان (۲)	سیروس نصیری محمدرضا سیاح	محدثه کارگرفرد ـ مهدی وارسته ندا فرهختی ـ مینا نظری
	گسسته	مجید فرهمندپور	
	هندسه (۲)		
	فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده ـ حسین شهبازی مسعود قره‌خانی ـ شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی حمیدرضا شیخ‌حسنی
	شیمی	پویا الفتی ـ میلاد عزیزی	ایمان زارعی ـ رضیه قربانی

فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۶۴۲۰-۰۲۱

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ مهناز کاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

- مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir
- مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی با اولیا حداقل یک‌بار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۶۴۲۰—۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.

در گاج، بهترین صدا،
صدای دانش‌آموز است.

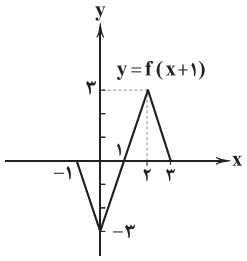
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

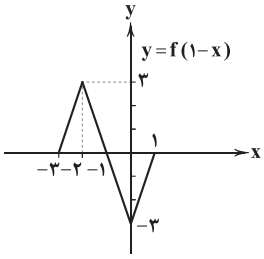
ریاضیات

۱ ۳ برای رسیدن از تابع $y=f(x+۲)$ به تابع $y=f(۱-x)$ دو مرحله تبدیل داریم:

مرحلهٔ اول: با تبدیل x به $x-۱$ تابع $y=f(x+۲)$، ۱ واحد به راست منتقل می‌شود و به تابع $y=f(x+۱)$ تبدیل می‌شود.



مرحلهٔ دوم: با تبدیل $x\to -x$ تابع $y=f(x+۱)$ نسبت به محور yها قرینه می‌شود و به تابع $y=f(۱-x)$ تبدیل می‌شود.



بنابراین تابع $y=f(۱-x)$ در بازه $[-۲,۰]$ اکیداً نزولی است.

۲ ۲ ابتدا از دامنه و برد تابع $g(x)$ به دامنه و برد تابع $f(x)$ می‌رسیم:

$$D_g=[-۱,۳]\Rightarrow -۱\le x\le ۳\Rightarrow -۴\le ۳x-۱\le ۸$$
$$\Rightarrow D_{f(x)}=[-۴,۸]$$
$$R_g=[-۵,۱]\Rightarrow -۵\le ۲f(۳x-۱)+۱\le ۱\Rightarrow -۳\le f(۳x-۱)\le ۰$$
$$\Rightarrow R_{f(x)}=[-۳,۰]$$

حال از دامنه و برد تابع $f(x)$ به دامنه و برد تابع $h(x)$ می‌رسیم:

$$D_f=[-۴,۸]\Rightarrow -۴\le ۲x+۱\le ۸\Rightarrow -\frac{۵}{۲}\le x\le \frac{۷}{۲}$$
$$\Rightarrow D_{h(x)}=[-\frac{۵}{۲},\frac{۷}{۲}]$$
$$R_f=[-۳,۰]\Rightarrow -۳\le f(۲x+۱)\le ۰\Rightarrow -۲\le -f(۲x+۱)-۲\le ۱$$
$$\Rightarrow R_h=[-۲,۱]$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{a+b}{c+d}=\frac{-۲/۵+۳/۵}{-۲+۱}=\frac{۱}{-۱}=-۱$$

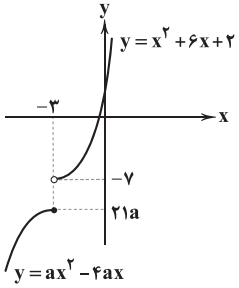
۳ ۴

در تابع $f(x)=\begin{cases}a(x-۲)^۲-۴a & x\le -۳\\ (x+۳)^۲-۷ & x>-۳\end{cases}$ سهمی $y=(x+۳)^۲-۷$ در بازهٔ $(-\infty,-۳)$ اکیداً صعودی است. بنابراین تابع $f(x)$ باید اکیداً صعودی باشد.

برای این کار باید داشته باشیم:

۱) سهمی $y=a(x-۲)^۲-۴a$ در بازهٔ $(-\infty,-۳]$ اکیداً صعودی باشد، بنابراین باید داشته باشیم $a<۰$

۲) تابع $f(x)$ برای ورود از تابع $y=a(x-۲)^۲-۴a$ به تابع $y=(x+۳)^۲-۷$ اصطلاحاً باید پرش صعودی داشته باشد. برای بررسی این حالت از یک شکل فرضی استفاده می‌کنیم و باید داشته باشیم:



$$۲۱a\le -۷\Rightarrow a\le -\frac{۱}{۳}$$

از اشتراک شرط‌های (۱) و (۲) داریم: $a\le -\frac{۱}{۳}$

۴ ۲ اگر خارج‌قسمت تقسیم $f(۲x-۱)$ بر $x^۲-۲x$ را $Q(x)$ بنامیم داریم:

$$f(۲x-۱)=(x^۲-۲x)Q(x)+۳x+۱$$

با جایگذاری اعداد $x=۰$ و $x=۲$ (ریشه‌های $x^۲-۲x=۰$) در طرفین رابطهٔ تقسیم داریم:

$$x=۰\Rightarrow f(-۱)=۱$$
$$x=۲\Rightarrow f(۳)=۷$$

برای یافتن باقی‌ماندهٔ تقسیم $۲f(x^۲+۳x-۲)-f(x^۲+۳x+۲)$ بر $x^۲+۳x-۱$ داریم:

$$x^۲+۳x-۱=۰\Rightarrow x^۲+۳x=۱$$

حال با قرار دادن مقدار $x^۲+۳x=۱$ در مقسوم، باقی‌مانده را به دست می‌آوریم:

$$\text{باقی‌مانده}=۲f(۱-۲)-f(۱+۲)=۲f(-۱)-f(۳)=۲(۱)-۷=-۵$$

۵ ۱ اگر n زوج باشد برای عبارت a^n-b^n دو معادل خواهیم داشت:

$$\begin{cases}a^n-b^n=(a-b)(a^{n-۱}+a^{n-۲}b+\ldots+b^{n-۱})\\ a^n-b^n=(a+b)(a^{n-۱}-a^{n-۲}b+\ldots-b^{n-۱})\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases}x^{۱۰}-۱=(x-۱)(x^۹+x^۸+x^۷+\ldots+۱)\\ x^{۱۰}-۱=(x+۱)(x^۹-x^۸+x^۷-\ldots-۱)\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^۸-۱=(x-۱)(x^۷+x^۶+x^۵+\ldots+۱)\\ x^۸-۱=(x+۱)(x^۷-x^۶+x^۵-\ldots-۱)\end{cases}$$

اگر صورت و مخرج کسر را در $x^۲-۱$ ضرب کنیم، داریم:

$$A=\frac{(x-۱)(x^۹+x^۸+\ldots+۱)(x+۱)(x^۹-x^۸+x^۷-\ldots-۱)}{(x-۱)(x^۷+x^۶+x^۵+\ldots+۱)(x+۱)(x^۷-x^۶+x^۵-\ldots-۱)}$$
$$=\frac{(x^{۱۰}-۱)(x^{۱۰}-۱)}{(x^۸-۱)(x^۸-۱)}=(\frac{x^{۱۰}-۱}{x^۸-۱})^۲=\frac{(۴\sqrt{۲}-۱)^۲}{۹}=\frac{۳۳-۸\sqrt{۲}}{۹}$$
$$\Rightarrow ۹A=۳۳-۸\sqrt{۲}$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۶ ۲ **نکتهٔ (۱):** در تابع $y=|a\sin(bx)|$ حضور قدرمطلق دورهٔ تناوب تابع سینوس را نصف می‌کند و داریم:

$$T=\frac{\frac{2\pi}{|b|}}{2}=\frac{\pi}{|b|}$$

نکتهٔ (۲): در تابع $y=|a\sin(bx)+c|$ با شرط $c\neq 0$ حضور قدرمطلق دورهٔ تناوب تابع سینوس را تغییر نمی‌دهد و داریم:

$$T=\frac{2\pi}{|b|}$$

نکتهٔ (۳): تابع ثابت، متناوب است ولی دورهٔ تناوب ندارد ولی توابع ثابت با نقاط تعریف‌نشده (نقاط تو خالی در نمودار) متساوی‌الفاصله، دورهٔ تناوب آن‌ها فاصلهٔ بین دو نقطهٔ تعریف‌نشدهٔ متوالی است.

بنابراین داریم:

$$f(x)=|2\sin(2\pi x)|\Rightarrow T_1=\frac{\pi}{2\pi}=\frac{1}{2}$$

$$g(x)=|\sin(2\pi x)+\frac{1}{2}|\Rightarrow T_2=\frac{2\pi}{2\pi}=1$$

$$h(x)=\tan\frac{\pi x}{2}\cot\frac{\pi x}{2}\Rightarrow D_{h(x)}=\mathbb{R}-\{x\,|\,\frac{\pi x}{2}=\frac{k\pi}{2},\,k\in\mathbb{Z}\}$$

$$\Rightarrow D_h=\mathbb{R}-\mathbb{Z}$$

در تابع $h(x)$ فاصلهٔ دو نقطهٔ تعریف‌نشدهٔ متوالی یک واحد است بنابراین $T_3=1$ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$T_1+T_2+T_3=0/5+1+1=2/5$$

۷ ۳ تابع تانژانت در بازه‌ای اکیداً یکنواست که بین دو مجانب قائم متوالی قرار داشته باشد. برای یافتن مجانب‌های قائم تابع داریم:

$$2x-\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow 2x=k\pi+\frac{5\pi}{6}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}$$

یکی از مجانب‌های قائم تابع به ازای $k=-3$ خط عمودی $x=\frac{-13\pi}{12}$ خواهد بود، بنابراین بیشترین مقدار b به ازای $k=-2$ به دست می‌آید و داریم:

$$b_{max}=-\pi+\frac{5\pi}{12}=\frac{-7\pi}{12}$$

۸ ۳ ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم:

$$y=3a\sin(\frac{3\pi}{2}-2b\pi x)=-3a\cos(2\pi bx)$$

با توجه به نمودار تابع، کم‌ترین مقدار تابع برابر -6 است و می‌توان نوشت:

$$-|-3a|=-6\Rightarrow |a|=2\Rightarrow a=\pm 2$$

تابع کسینوس در شروع از $x=0$ نزولی است، بنابراین داریم:

$$-3a>0\Rightarrow a<0\Rightarrow a=-2$$

از طرفی با توجه به نمودار در مورد دورهٔ تناوب تابع داریم:

$$T+\frac{T}{4}=\frac{5}{6}\Rightarrow\frac{5T}{4}=\frac{5}{6}\Rightarrow T=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{2\pi}{|2b\pi|}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow |b|=\frac{3}{2}\Rightarrow b=\pm\frac{3}{2}$$

هر دو مقدار به دست آمده برای b قابل قبول است.

$$\begin{cases}a+b=-2+\frac{3}{2}=-0/5\\ a+b=-2-\frac{3}{2}=-3/5\end{cases}$$

۹ ۴ از روابط $\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$ و $\sin 2x=\frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$ داریم:

$$\frac{4\tan x}{\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x}=1+\tan^2 x$$

$$\Rightarrow\frac{4\tan x}{1+\tan^2 x}=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$$

$$\Rightarrow 2\sin 2x=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x\Rightarrow\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x$$

$$\Rightarrow\sin 2x=\sin 2x\cos\frac{\pi}{6}+\cos 2x\sin\frac{\pi}{6}\Rightarrow\sin 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2x=2k\pi+2x+\frac{\pi}{6}\Rightarrow\text{جواب ندارد}\\ 2x=2k\pi+\pi-2x-\frac{\pi}{6}\Rightarrow 4x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{24}\end{cases}$$

۱۰ ۲ ابتدا با جابه‌جایی در طرفین معادله داریم:

$$\tan x-\cot x=\cot(\frac{2\pi}{5}+x)-\tan(x-\frac{\pi}{10})$$

از رابطهٔ $\cot x-\tan x=2\cot 2x$ و با توجه به این‌که زوایای $\frac{\pi}{10}-x$ و $\frac{2\pi}{5}+x$ متمم یک‌دیگرند، داریم:

$$-(\cot x-\tan x)=\cot(\frac{2\pi}{5}+x)+\tan(\frac{\pi}{10}-x)$$

$$\Rightarrow -2\cot 2x=\tan(\frac{\pi}{10}-x)+\tan(\frac{\pi}{10}-x)$$

$$\Rightarrow -2\cot 2x=2\tan(\frac{\pi}{10}-x)\Rightarrow\tan(\frac{\pi}{2}+2x)=\tan(\frac{\pi}{10}-x)$$

$$\Rightarrow\frac{\pi}{2}+2x=k\pi+\frac{\pi}{10}-x\Rightarrow 3x=k\pi-\frac{2\pi}{5}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{3}-\frac{2\pi}{15}$$

برای یافتن جواب‌های بازهٔ $[0,\pi]$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l}k=1\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{3}-\frac{2\pi}{15}\\ k=2\Rightarrow x_2=\frac{2\pi}{3}-\frac{2\pi}{15}\\ k=3\Rightarrow x_3=\pi-\frac{2\pi}{15}\end{array}\right\}\Rightarrow x_1+x_2+x_3=2\pi-\frac{2\pi}{5}=\frac{8\pi}{5}$$

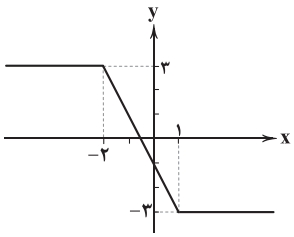
۱۱ ۱ با ساده کردن عبارت داریم:

$$\lim_{x\to 3}\frac{x(x-5)}{-x^2(x^2-ax+b)}=+\infty\Rightarrow\lim_{x\to 3}\frac{x-5}{-x(x^2-ax+b)}=+\infty$$

حدهای چپ و راست در $x=3$ بی‌نهایت‌های هم‌علامت هستند بنابراین $x=3$ ریشهٔ مضاعف عبارت x^2-ax+b است و داریم:

$$x^2-ax+b=(x-3)^2=x^2-6x+9\Rightarrow\begin{cases}a=6\\ b=9\end{cases}\Rightarrow a+b=15$$

۱۲ ۲ مجانب قائم تابع، ریشهٔ مخرج است. برای یافتن ریشهٔ مخرج کسر ابتدا نمودار $y=|x-1|-|x+2|$ را که یک تابع آبشاری است بدین صورت رسم می‌کنیم:



www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

بنابراین جواب‌های معادلهٔ $|x-1|-|x+2|-3=0$ همهٔ اعداد بازهٔ $(-\infty,-2]$ هستند که اعداد بازهٔ $(-2,-\infty)$ در مخرج صفر مطلق ایجاد کرده و مجانب قائم تولید نمی‌کنند. در بررسی وضعیت تابع در $x=-2$ داریم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=\frac{-1}{0^+_{\text{مطلق}}}=\text{تعریف نشده}\\ \lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=\frac{-1}{3^--3}=\frac{-1}{0^-}=+\infty\end{cases}$$

بنابراین تابع در همسایگی چپ $x=-2$ تعریف نشده و در همسایگی راست $x=-2$ به‌صورت می‌باشد.

۱۳ — ۳ هر یک از حدها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{2x-3}{x+1}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{2(x+1)-5}{x+1}\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[2-\frac{5}{x+1}\right]$$

$$=[2-(0^-)]=[2^+]=2$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2+2x-1}{x^2+x+1}\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{(x^2+x+1)+(x-2)}{x^2+x+1}\right]$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[1+\frac{x-2}{x^2+x+1}\right]=1+\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x}{x^2}\right]=1+\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x}\right]$$

$$=1+[0^+]=1+0=1$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A=2+1=3$$

۱۴ — ۲ ابتدا مجانب افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x^3}{x^3}=2\Rightarrow y=2 \text{ مجانب افقی}$$

برای یافتن نقاط برخورد تابع $f(x)$ و مجانب افقی خود داریم:

$$f(x)=2\Rightarrow\frac{2x^3+x^2+x-1}{x^3-x^2+x+2}=2$$

$$\Rightarrow 2x^3+x^2+x-1=2x^3-2x^2+2x+4\Rightarrow 3x^2-x-5=0$$

فاصلهٔ نقاط برخورد تابع $f(x)$ با مجانب افقی خود فاصلهٔ ریشه‌های این معادله است، بنابراین داریم:

$$|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{61}}{3}$$

۱۵ — ۴ خط $y=2$ مجانب افقی تابع $f(x)$ است، بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{a}{3}=2\Rightarrow a=6$$

خط‌های $x=-1$ و $x=3$ مجانب‌های قائم تابع $f(x)$ هستند بنابراین ریشه‌های مخرج کسر هستند و داریم:

$$\text{مخرج کسر}=3(x+1)(x-3)=3(x^2-2x-3)=3x^2-6x-9$$

با مقایسهٔ این عبارت با مخرج کسر داریم $b=6$ و $c=-9$ و در نتیجه:

$$f(x)=\frac{6x^2+2x}{3x^2-6x-9}\Rightarrow f(2)=\frac{-28}{9}$$

۱۶ — ۲ **نکته:**

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

با توجه به نکته فوق $A=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ باید زوج باشد پس جذر A نیز یک عدد زوج است یعنی $\frac{n(n+1)}{2}=2k$ یا $n(n+1)=4k$

A زمانی زوج است که $n=4k$ یا $n=4k-1$ باشد و چون $4k$ عدد اول نیست بنابراین $n=4k-1$ را می‌یابیم:

$$1\le 4k-1<50\Rightarrow 2\le 4k<51\Rightarrow 0/5\le k<12/75$$

$$\Rightarrow k\in\{1,2,3,\ldots,12\}$$

$$\Rightarrow 4k-1=\{3,7,11,15,19,23,27,31,35,39,43,47\}$$

چون باید $n=4k-1$ اول باشد پس:

$$n\in\{3,7,11,19,23,31,43,47\}$$

بنابراین ۸ مقدار برای n وجود دارد.

۱۷ — ۳

$$x^3-9x^2+27x+2=x^3-9x^2+27x-27+29=(x-3)^3+29$$

اگر $a+3\sqrt[3]{b}$ $(a,b\in\mathbb{Q})$ حاصل عبارت بالا یک عدد گویا می‌شود بنابراین به ازای $x=2\sqrt[3]{5}+3$ حاصل گویا است.

۱۸ — ۴ با فرض $d=(9n-5,7n+2)$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l}d|9n-5\Rightarrow d|-63n+35\\ d|7n+2\Rightarrow d|63n+18\end{array}\right\}\Rightarrow d|53\Rightarrow\begin{cases}d=1 \text{ غ ق ق}\\ d=53\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}53|9n-5\Rightarrow 53|-27n+15\\ 53|7n+2\Rightarrow 53|28n+8\end{array}\right\}\Rightarrow 53|n+23\Rightarrow n+23=53k$$

$$\Rightarrow n=53k-23$$

$$n<100\Rightarrow 53k-23<100\Rightarrow 53k<123$$

$$\Rightarrow k<\frac{123}{53}\Rightarrow k_{max}=2$$

$$n=53(2)-23=106-23=83$$

$$\text{مجموع ارقام}=8+3=11$$

۱۹ — ۴ می‌دانیم اگر $a\overset{m}{\equiv}b$ و $a\overset{n}{\equiv}b$ باشد آن‌گاه $a\overset{[m,n]}{\equiv\equiv}b$

$$\left.\begin{array}{l}a\overset{9}{\equiv}7\Rightarrow a\overset{9}{\equiv}70\\ a\overset{11}{\equiv}4\Rightarrow a\overset{11}{\equiv}70\end{array}\right\}\Rightarrow a\overset{99}{\equiv}70\Rightarrow r=70\Rightarrow r-1=69\Rightarrow 23|r-1$$

۲۰ — ۲ اگر $d=(5n+3,3n+2)$ باشد

$$\left.\begin{array}{l}d|5n+3\Rightarrow d|-15n-9\\ d|3n+2\Rightarrow d|15n+10\end{array}\right\}\Rightarrow d|1\Rightarrow d=1$$

بنابراین $d'=(7n+1,6n-5)\neq 1$

$$\left.\begin{array}{l}d'|7n+1\Rightarrow d'|42n+6\\ d'|6n-5\Rightarrow d'|-42n+35\end{array}\right\}\Rightarrow d'|41\Rightarrow\begin{cases}d'=1 \text{ غ ق ق}\\ d'=41\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}41|7n+1\\ 41|6n-5\end{array}\right\}\Rightarrow 41|n+6\Rightarrow n+6=41k\Rightarrow n=41k-6\Rightarrow k=1,2$$

به ازای $n=35$ و $n=76$ شرط مسئله برقرار است.

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۲۱ ۳

$$\left.\begin{matrix}۷\mid ۵k+۲ \Rightarrow ۷^۲ \mid (۵k+۲)^۲ \Rightarrow ۴۹ \mid ۲۵k^۲+۲۰k+۴ \\ ۴۹ \mid ۴۹\end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix}۴۹ \mid ۲۵k^۲+۲۰k-۴۵ \\ ۴۹ \mid ۴۹mk \quad (m\in\mathbb{N})\end{matrix}\right\} \Rightarrow ۴۹ \mid ۲۵k^۲+(\underbrace{۲۰+۴۹m}_{n})k-۴۵$$

$$۱۰۰ \le ۲۰+۴۹m < ۱۰۰۰ \Rightarrow ۸۰ \le ۴۹m < ۹۸۰$$

$$\Rightarrow \frac{۸۰}{۴۹} \le m < \frac{۹۸۰}{۴۹} \Rightarrow m \in \{۲, ۳, ۴, \dots, ۱۹\}$$

به ازای هر m ، یک عدد سه‌رقمی برای n به دست می‌آید. بنابراین ۱۸ مقدار برای n وجود دارد.

۲۲ ۳ پنج‌شنبه $۶ \overset{۷}{\equiv} ۰+۲(۳) \overset{۷}{\equiv} ۷+۲(۳۱) \overset{۷}{\equiv} A$ هفت خرداد

بررسی می‌کنیم اول دی چند شنبه است.

$$۴ \overset{۷}{\equiv} ۲۵+۱ \overset{۷}{\equiv} ۱۸+۶+۱ \overset{۷}{\equiv} ۶(۳)+۳(۲)+۱ \overset{۷}{\equiv} ۶(۳۱)+۳(۳۰)+۱ \overset{۷}{\equiv} B$$ اول دی

یعنی اول دی ۲ روز عقب‌تر از پنج‌شنبه یعنی ۳ شنبه است بنابراین اولین شنبه در دی ماه ۵ ام است.

۲۳ ۱ یکان هر عدد به صورت $n!$ که $n \ge ۵$ باشد، برابر صفر است.

$$\left.\begin{matrix}A = ۱!+۲!+۳!+\dots+۱۰۰۰! \overset{۱۰}{\equiv} ۱+۲+۶+۲۴+۰+۰+\dots+۰ \\ \Rightarrow A \overset{۱۰}{\equiv} ۳ \\ B = ۲!+۳!+۴!+\dots+۱۰۰۰! \overset{۱۰}{\equiv} ۲+۶+۲۴+۰+۰+\dots+۰ \\ \Rightarrow B \overset{۱۰}{\equiv} ۲ \\ \Rightarrow AB \overset{۱۰}{\equiv} ۶\end{matrix}\right\}$$

اگر یکان عددی برابر ۶ باشد به هر توانی برسد یکان آن ثابت می‌ماند پس:

$$(AB)^{(A+B)!} \overset{۱۰}{\equiv} ۶$$

۲۴ ۳ اگر تعداد کیسه‌های $۲kg$ برابر x و تعداد کیسه‌های $۵kg$ برابر y باشد. داریم: $۲x+۵y=۷۳$

$$۵y \overset{۲}{\equiv} ۷۳ \Rightarrow y \overset{۲}{\equiv} ۱ \Rightarrow y = ۲k+۱$$

$$۲x+۱۰k+۵ = ۷۳ \Rightarrow x = ۳۴-۵k$$

$$\left.\begin{matrix}x \ge ۰ \Rightarrow k \le \frac{۳۴}{۵} \\ y \ge ۰ \Rightarrow k \ge -\frac{۱}{۲}\end{matrix}\right\} \Rightarrow k \in \{۰, ۱, ۲, \dots, ۶\}$$

بنابراین به ۷ حالت می‌توان این کار را انجام داد.

۲۵ ۱ ابتدا باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۴ و ۱۱ را محاسبه می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}\overline{۳a۵۲a۳۷} \overset{۴}{\equiv} ۳۷ \overset{۴}{\equiv} ۱ \overset{۴}{\equiv} ۲۱ \\ \overline{۳a۵۲a۳۷} \overset{۱۱}{\equiv} ۷-۳+a-۲+۵-a+۳ \overset{۱۱}{\equiv} ۱۰ \overset{۱۱}{\equiv} ۲۱\end{matrix}\right\}$$

$$\overline{۳a۵۲۳۷} \overset{۴۴}{\equiv} ۲۱$$

۲۶ ۲

$$d_G(a)+d_{\overline{G}}(a) = p-۱ \Rightarrow ۵+d_{\overline{G}}(a) = ۱۱ \Rightarrow d_{\overline{G}}(a) = ۶$$

$$d_G(b)+d_{\overline{G}}(b) = p-۱ \Rightarrow ۳+d_{\overline{G}}(b) = ۱۱ \Rightarrow d_{\overline{G}}(b) = ۸$$

می‌دانیم مرتبه هر گراف و مکمل آن با هم برابر است.

گراف $\overline{G}$ دارای ۱۲ رأس است که درجه ۲ رأس آن ۸ و ۶ است اگر این دو رأس را کنار بگذاریم ۱۰ رأس داریم که max تعداد یال‌ها در آن برابر $\frac{p(p-۱)}{۲} = \frac{۱۰\times۹}{۲} = ۴۵$ است که این دو رأس را با ۸ و ۶ یال به این بخش وصل می‌کنیم پس:

$$q_{max} = ۴۵+۶+۸ = ۵۹$$

۲۷ ۳ میانگین درجات رئوس هر گراف ساده برابر $\frac{۲q}{p}$ است پس:

$$\frac{۲q}{۸} = ۳ \Rightarrow q = ۱۲$$

۱۲ یال را می‌توان بین ۶ رأس پخش کرد بنابراین در این گراف حداکثر ۲ رأس ایزوله داریم.

۲۸ ۲ یک مسیر از a به b به طول ۴ به صورت $a---b$ است که چون باید از رأس c عبور کنیم یکی از جاهای خالی c است و ۲ جای خالی باید با رئوس $\{e, f, g\}$ پر شود (از رأس d نباید عبور کنیم)

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۳}{۲} \times ۳! = ۳\times۶ = ۱۸$$

۲۹ ۱ در گراف r ـ منتظم مرتبه p داریم:

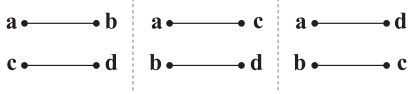
$$rp = ۲q \Rightarrow ۵p = ۲q \Rightarrow q = \frac{۵}{۲}p$$

$$q = p+۱۲ \Rightarrow \frac{۵}{۲}p = p+۱۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}p = ۱۲ \Rightarrow p = ۸, q = ۲۰$$

$$\text{کامل } q = \frac{p(p-۱)}{۲} = ۲۸$$

$$۲۸-۲۰ = ۸ = \text{تعداد یال‌ها}$$

۳۰ ۳ چون در گراف ۱ـ منتظم مرتبه p، حتماً p زوج است بنابراین $p=۲$ یا $p=۴$ است. اگر $p=۴$ باشد، ۳ زیر گراف ۱ ـ منتظم داریم.



اگر $p=۲$ باشد، شکل به صورت گراف ——— است که رئوس باید نام‌گذاری شود که به $\binom{۴}{۲} = ۶$ حالت می‌توان آن‌را نام‌گذاری کرد.

$$\text{تعداد زیرگراف‌های ۱ـ منتظم} = ۹ = ۳+۶$$

۳۱ ۳

$$۳AB-BA = ۰ \Rightarrow ۳AB = BA$$

$$B^۳A = B^۲(BA) = B^۲(۳AB) = ۳B^۲AB = ۳B(BA)B$$

$$= ۳B(۳AB)B = ۹(BA)B^۲$$

$$= ۹(۳AB)B^۲ = ۲۷AB^۳$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۳۲ گزینه ۴

$$D=\begin{bmatrix}۴ & -۱\\ ۳ & ۵\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}۴ & ۱\\ ۷ & ۲\end{bmatrix}$$ اگر

$$|B|=۸-۷=۱\Rightarrow B^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -۷ & ۴\end{bmatrix}$$

$$|C|=۱۰-۹=۱\Rightarrow C^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ -۳ & ۵\end{bmatrix}$$

$$A=B^{-۱}DC^{-۱}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -۷ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & -۱\\ ۳ & ۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ -۳ & ۵\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}۵ & -۷\\ -۱۶ & ۲۷\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ -۳ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳۱ & -۵۰\\ -۱۱۳ & ۱۸۳\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های $A=۵۱$

۳۳ گزینه ۲

$$A^۲=\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ ۴ & -۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ ۴ & -۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I\Rightarrow A^۴=I$$

$$(A^۴-۲I)^{۱۶}=(I-۲I)^{۱۶}=(-I)^{۱۶}=I^{۱۶}=I$$

۳۴ گزینه ۳

$$۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۲\\ ۲ & |A|\end{bmatrix}\Rightarrow |۲A|=|A|^۲+۴\Rightarrow ۴|A|=|A|^۲+۴$$

$$\Rightarrow |A|^۲-۴|A|+۴=۰\Rightarrow (|A|-۲)^۲=۰\Rightarrow |A|=۲$$

$$|۶A^{-۱}|=۳۶|A^{-۱}|=۳۶\times\frac{۱}{|A|}=\frac{۳۶}{۲}=۱۸$$

۳۵ گزینه ۱

$$A^{-۱}+B^{-۱}=I\Rightarrow A(A^{-۱}+B^{-۱})=AI\Rightarrow AA^{-۱}+AB^{-۱}=A$$

$$\Rightarrow I+AB^{-۱}=A\Rightarrow (I+AB^{-۱}).B=AB$$

$$\Rightarrow IB+AB^{-۱}B=AB\Rightarrow B+A=AB=\begin{bmatrix}-۴ & -۲\\ ۸ & ۴\end{bmatrix}$$

$$(A+B)^۲=\begin{bmatrix}-۴ & -۲\\ ۸ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۴ & -۲\\ ۸ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۰\\ ۰ & ۰\end{bmatrix}=O$$

$$\Rightarrow (A+B)^{۱۵!}=O$$

۳۶ گزینه ۲

دستگاه $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ زمانی جواب منحصر به فرد ندارد که $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$

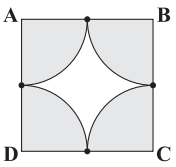
بنابراین داریم:

$$\frac{m+۱}{۳-m}=\frac{m-۲}{-۲m}\Rightarrow -۲m^۲-۲m=۵m-۶-m^۲\Rightarrow m^۲+۷m-۶=۰$$

$$P=ab=\frac{-۶}{۱}=-۶$$

۳۷ گزینه ۲

مکان هندسی نقاطی که از یک نقطه به فاصله ۱ باشد، دایره‌ای است به مرکز آن نقطه و شعاع ۱ .



محیط مورد نظر برابر مجموع محیط مربع و دایره‌ای به شعاع ۱ است.

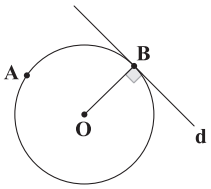
$$\text{محیط}=۴(۲)+۲\pi(۱)=۸+۲\pi$$

۳۸ گزینه ۳

اگر $O(\alpha,\beta)$ مرکز دایره باشد $OA=OB=R$

$$OA=OB\Rightarrow\sqrt{(\alpha+۱)^۲+(\beta-۳)^۲}=\sqrt{(\alpha-۵)^۲+(\beta-۳)^۲}$$

$$\Rightarrow \alpha^۲+۲\alpha+۱=\alpha^۲-۱۰\alpha+۲۵\Rightarrow ۱۲\alpha=۲۴\Rightarrow\alpha=۲$$



شیب خط d برابر $-\frac{۳}{۴}$ است و چون OB بر d عمود است، شیب آن $\frac{۴}{۳}$ است.

$$m_{OB}=\frac{y_O-y_B}{x_O-x_B}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{\beta-۳}{۲-۵}\Rightarrow\beta-۳=-۴\Rightarrow\beta=-۱$$

بنابراین $O(۲,-۱)$ مرکز دایره است و در نتیجه $\alpha+\beta=۱$ است.

۳۹ گزینه ۲

$$x^۲+y^۲-۲x+۴y-m=۰\Rightarrow x^۲-۲x+۱+y^۲+۴y+۴=m+۵$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۲)^۲=m+۵$$

$$O(۱,-۲)\quad ,\quad R=\sqrt{m+۵}$$

$$x^۲+y^۲+۴x-۴y+m=۰\Rightarrow x^۲+۴x+۴+y^۲-۴y+۴=۸-m$$

$$\Rightarrow (x+۲)^۲+(y-۲)^۲=۸-m$$

$$O'(-۲,۲)\quad ,\quad R'=\sqrt{۸-m}$$

$$OO'=\sqrt{(۱+۲)^۲+(-۲-۲)^۲}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

اگر دو دایره مماس خارج باشند $OO'=R+R'$، بنابراین:

$$۵=\sqrt{m+۵}+\sqrt{۸-m}\Rightarrow ۵-\sqrt{m+۵}=\sqrt{۸-m}$$

$$\Rightarrow ۲۵+m+۵-۱۰\sqrt{m+۵}=۸-m$$

$$\Rightarrow ۱۱+m=۵\sqrt{m+۵}\Rightarrow ۱۲۱+m^۲+۲۲m=۲۵m+۱۲۵$$

$$\Rightarrow m^۲-۳m-۴=۰$$

$$\Rightarrow (m+۱)(m-۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}m=-۱\\ m=۴\end{cases}\Rightarrow m_۱+m_۲=۳$$

۴۰ گزینه ۱

$$m^۲+(m+۲)^۲-۲m+۶(m+۲)-۱۰<۰$$

$$\Rightarrow m^۲+m^۲+۴m+۴-۲m+۶m+۱۲-۱۰<۰$$

$$\Rightarrow ۲m^۲+۸m+۶<۰\Rightarrow m^۲+۴m+۳<۰\Rightarrow -۳<m<-۱$$

۴۱ گزینه ۳

کوچک‌ترین دایره‌ای که از دو نقطه $A(-۱,۴)$ و $B(۳,۲)$ عبور می‌کند، دایره‌ای به قطر AB است پس مرکز دایره وسط AB یعنی $O(۱,۳)$ است.

$$OA=R=\sqrt{(۱+۱)^۲+(۳-۴)^۲}=\sqrt{۵}$$

$$(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲\Rightarrow (x-۱)^۲+(y-۳)^۲=۵$$

$$x=۰\Rightarrow ۱+(y-۳)^۲=۵\Rightarrow (y-۳)^۲=۴\Rightarrow\begin{cases}y=۵\\ y=۱\end{cases}$$

$$y=۰\Rightarrow (x-۱)^۲+۹=۵\Rightarrow (x-۱)^۲=-۴$$ فاقد ریشهٔ حقیقی

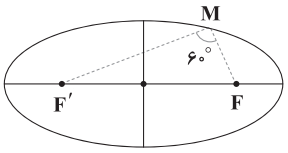
دایره در ۲ نقطه $(۰,۱)$ و $(۰,۵)$ محور مختصات را قطع می‌کند.

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۴۲ **۴** در مثلث FMF' بنا به قضیه cosها داریم:

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF.MF'\cos 60^\circ$$
$$\Rightarrow FF'^2 = 9 + 64 - 2(3)(8)(\frac{1}{2}) = 49 \Rightarrow FF' = 7$$



$$FF' = 2c = 7 \Rightarrow c = 3/5$$
$$MF + MF' = 2a$$
$$\Rightarrow 8 + 3 = 2a$$
$$\Rightarrow a = 5/5$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3/5}{5/5} \Rightarrow e = \frac{7}{11}$$

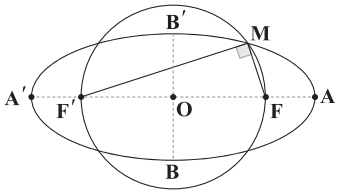
۴۳ **۲**

$$AA' = 2a = 26 \Rightarrow a = 13$$
$$BB' = 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 169 = 25 + c^2 \Rightarrow c = 12$$

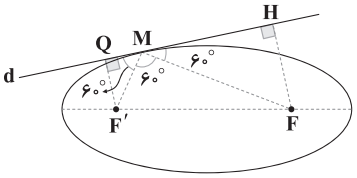
چون $r = c = 12$ است پس دایره از کانون‌های بیضی عبور می‌کند.

M محاطی رو به قطر است پس $\hat{M} = 90^\circ$

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = (2c)^2 = 24^2 = 576$$



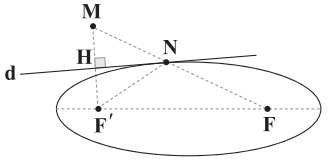
۴۴ **۳** زاویه‌های $Q\hat{M}F' = F\hat{M}H = 60^\circ$ هستند از F و F' بر خط d عمود می‌کنیم.



$$\overset{\Delta}{QMF'}: \sin 60^\circ = \frac{QF'}{MF'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{QF'}{MF'} \Rightarrow QF' = \frac{\sqrt{3}}{2}MF'$$
$$\overset{\Delta}{MFH}: \sin 60^\circ = \frac{HF}{MF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{HF}{MF} \Rightarrow HF = \frac{\sqrt{3}}{2}MF$$
$$HF + QF' = \frac{\sqrt{3}}{2}(MF + MF') = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (2a) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12\sqrt{3} = 18$$

۴۵ **۲** اگر d در نقطه N بر بیضی مماس باشند کم‌ترین فاصله‌ای که از کانون F بر خط d برویم و سپس به کانون F' برویم برابر $FN + NF' = 2a$ است و بنا به قضیه هرون حتماً MF از N عبور می‌کند و بنا به طولپا بودن بازتاب $NF' = MN$ است بنابراین:

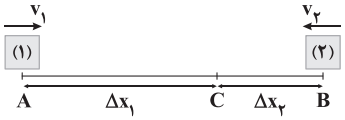
$$MF = MN + NF = F'N + NF = 2a$$



$$BB' = 2b = 4\sqrt{5} \Rightarrow b = 2\sqrt{5}$$
$$FF' = 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 20 + 16 = 36 \Rightarrow a = 6$$
$$MF = 2a = 12$$

فیزیک

۴۶ **۳** دو متحرک هم‌زمان به نقطهٔ C می‌رسند، بنابراین:



$$\begin{cases} \Delta x_1 = v_1 \times \Delta t_1 \\ \Delta x_2 = v_2 \times \Delta t_2 \end{cases} \xrightarrow{\Delta t_1 = \Delta t_2} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_2}{v_1} \qquad (1)$$

با توجه به این‌که متحرک (۱) در مدت $4s$ فاصلهٔ $\Delta x_2 = CB$ را طی می‌کند و متحرک (۲) در مدت $9s$ فاصلهٔ $\Delta x_1 = CA$ را طی می‌کند، داریم:

$$\begin{cases} \Delta x_2 = v_1 \times \Delta t_1' \xrightarrow{\Delta t_1' = 4s} \Delta x_2 = v_1 \times 4 \\ \Delta x_1 = v_2 \times \Delta t_2' \xrightarrow{\Delta t_2' = 9s} \Delta x_1 = v_2 \times 9 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{4}{9} \quad (2)$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{4}{9} \xrightarrow{(1)} \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{4}{9} \Rightarrow (\frac{v_2}{v_1})^2 = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3}v_1 \qquad (*)$$

مجموع جابه‌جایی‌ها برابر $100m$ است، بنابراین:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 100m \qquad (3)$$

$$\xrightarrow[\Delta x_2 = 4v_1]{\Delta x_1 = 9v_2} 9v_2 + 4v_1 = 100$$

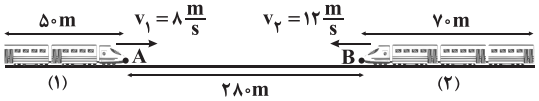
$$\xrightarrow{(*)} 9(\frac{2}{3}v_1) + 4v_1 = 100 \Rightarrow 10v_1 = 100 \Rightarrow v_1 = 10\frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$v_2 = \frac{2}{3}v_1 = \frac{2}{3} \times 10 = \frac{20}{3}\frac{m}{s}$$

۴۷ **۱** چون قطار (۲)، ۱۰ ثانیه دیرتر شروع به حرکت می‌کند، ابتدا حساب می‌کنیم قطار (۱) در این مدت چند متر جابه‌جا شده است:

$$\Delta x_1 = v_1 \times \Delta t_1 = 8 \times 10 = 80m$$



چون قطار (۱)، $80m$ جلو آمده، پس فاصلهٔ دو قطار از یک‌دیگر به $200m$ می‌رسد. برای آن‌که دو قطار کامل از کنار هم عبور کنند، باید به اندازهٔ فاصلهٔ بین آن‌ها به‌علاوه مجموع طول دو قطار جابه‌جا شوند:

$$\Delta x = 200 + 70 + 50 = 320m$$

چون دو قطار به سمت هم حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با مجموع اندازهٔ سرعت‌های آن‌ها، بنابراین:

$$v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2 = 8 + 12 = 20\frac{m}{s}$$

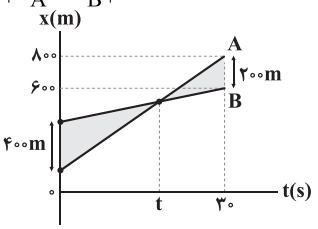
بنابراین:

$$\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 320m \,,\, v_{\text{نسبی}} = 20\frac{m}{s}} 320 = 20 \times \Delta t$$
$$\Rightarrow \Delta t = 16s$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

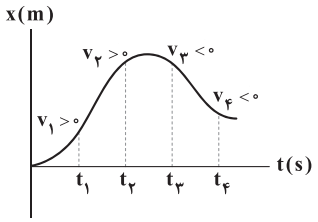
۴۸ **۳** با توجه به نمودار مکان ـ زمان دو متحرک، فاصلهٔ آن‌ها در لحظهٔ $t=30s$ برابر است با: $|x_A-x_B|=800-600=200m$



تشابه را بین دو مثلث رنگ‌شده می‌نویسیم و لحظهٔ رسیدن آن‌ها به هم (t) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{400}{200}=\frac{t}{30-t}\Rightarrow 2=\frac{t}{30-t}\Rightarrow 60-2t=t\Rightarrow t=20s$$

۴۹ **۳** شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه سرعت متحرک در همان لحظه را نشان می‌دهد.



شتاب متوسط برابر است با $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$. چون طول بازه‌های زمانی یکسان است، شتاب متوسط وقتی بیشینه می‌شود که Δv بیشینه می‌شود.
اندازه یا قدرمطلق تغییرات سرعت وقتی بیشینه می‌شود که علامت سرعت‌های اولیه و ثانویه مخالف هم باشد، پس بیشینهٔ Δv در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 است که $v_2>0$ و $v_3<0$ است.

۵۰ **۳** ابتدا باید حساب کنیم متحرک در چه لحظاتی تغییر جهت می‌دهد، یعنی در چه لحظاتی $v=0$ می‌شود، بنابراین:

$$v=t^3-4t^2+3t=0\Rightarrow t(t^2-4t+3)=0$$

$$\Rightarrow t(t-1)(t-3)=0\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=1s\\t=3s\end{cases}$$

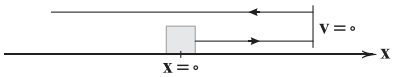
$t=0$ لحظهٔ تغییر جهت محسوب نمی‌شود، زیرا لحظهٔ شروع حرکت است.
در لحظهٔ $t=1s$ متحرک برای اولین بار و در لحظهٔ $t=3s$ برای دومین بار تغییر جهت می‌دهد.
شتاب متوسط متحرک را بین لحظات $t_1=2s$ و $t_2=3s$ به کمک رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم.

$$v=t^3-4t^2+3t\Rightarrow\begin{cases}t_1=2s\Rightarrow v_1=-2\frac{m}{s}\\t_2=3s\Rightarrow v_2=0\end{cases}$$

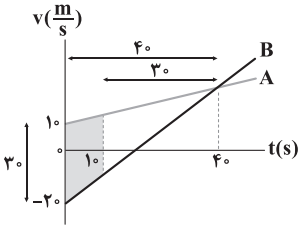
بنابراین: $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}\Rightarrow a_{av}=\frac{0-(-2)}{3-2}=2\frac{m}{s^2}$

۵۱ **۲** **بررسی گزینه‌ها:**
۱) نمودار شتاب ـ زمان، محور t را قطع نکرده، پس شتاب متحرک صفر نشده و تغییر جهت نمی‌دهد. (✗)
۲) نمودار شتاب ـ زمان، پیوسته بالای محور افقی است، پس $a>0$ است، یعنی سرعت متحرک همواره افزایش می‌یابد. (✓)
۳ و ۴) نمودار شتاب ـ زمان ابتدا صعودی و سپس نزولی است، پس اندازهٔ شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. (✗)

۵۲ **۴** **بررسی گزینه‌ها:**
۱) در لحظهٔ تغییر جهت حرکت، یعنی لحظهٔ t_1 که $v=0$ شده متحرک در دورترین فاصله از مبدأ حرکتش قرار می‌گیرد. (✗)
۲) متحرک ابتدا در مبدأ مکان $(x=0)$ قرار داشته و چون نمودار سرعت از $t=0$ تا t_1 بالای محور افقی t است، پس $v>0$ است و متحرک ابتدا در جهت محور xها حرکت می‌کند. در لحظهٔ t_1 متحرک تغییر جهت داده، پس در این لحظه از نقطهٔ شروع حرکتش عبور نمی‌کند. (✗)
۳) شتاب متوسط برابر شیب خطی است که لحظات t_1 و t_2 را روی نمودار سرعت ـ زمان به هم وصل می‌کند. با توجه به این‌که این خط نزولی است، بنابراین شیب آن منفی است، پس $a_{av}<0$. (✗)
۴) متحرک پس از تغییر جهت مطابق شکل زیر یک بار دیگر از نقطهٔ شروع حرکتش می‌گذرد. (✓)



۵۳ **۳** مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ $t=10s$ برابر است با مجموع اندازهٔ مساحت‌های زیر دو نمودار تا این لحظه که در شکل مشخص شده است.



مساحت مثلث بزرگ که از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ $t=40s$ بین نمودار تشکیل شده است، برابر است با: $S=\frac{30\times 40}{2}=600m$

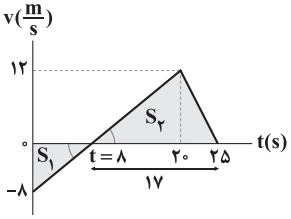
مساحت مثلث کوچک‌تر که از لحظهٔ $t=10s$ تا لحظهٔ $t=40s$ تشکیل شده را به کمک تشابه مثلثات با مثلث بزرگ به دست می‌آوریم. نسبت مساحت‌ها برابر است با نسبت توان ۲ ارتفاع آن‌ها، بنابراین:

$$\frac{S'}{S}=(\frac{30}{40})^2\xrightarrow{S=600m}\frac{S'}{600}=\frac{9}{16}\Rightarrow S'=337/5m$$

حال مساحت مثلث کوچک را از کل مساحت مثلث بزرگ کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگ‌شده به دست آید: $S-S'=600-337/5=262/5m$

۵۴ **۲** ابتدا به کمک تشابه مثلث‌های متقابل به رأس مقدار t را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t}{20-t}=\frac{8}{12}\Rightarrow\frac{t}{20-t}=\frac{2}{3}\Rightarrow 3t=40-2t\Rightarrow t=8s$$



مساحت کل زیر نمودار سرعت را به دست می‌آوریم.

$$S_1=\frac{8\times(-8)}{2}=-32m$$

$$S_2=\frac{17\times 12}{2}=102m$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

اگر مساحت‌ها را با هم جمع کنیم، جابه‌جایی به دست می‌آید و اگر قدر مطلق آن‌ها را جمع کنیم، مسافت طی‌شده به دست می‌آید:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = (-32) + 102 = 70\,m$$

$$l = |S_1| + |S_2| = 32 + 102 = 134\,m$$

نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط در کل حرکت برابر است با:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{l}{\Delta x} = \frac{134}{70} = \frac{67}{35}$$

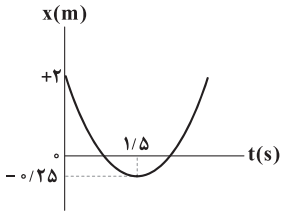
۵۵ **۳** با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 3t + 2 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -3\frac{m}{s} \\ x_0 = 2\,m \end{cases}$$

می‌دانیم در رأس سهمی، سرعت متحرک برابر صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -3\frac{m}{s}]{a = 2\frac{m}{s^2}} v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}s$$

حال نمودار مکان ـ زمان متحرک موردنظر را رسم می‌کنیم.



بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به نمودار بالا، تندی متحرک از لحظهٔ $t = 0$ تا لحظهٔ $t = 1/5s$ کاهش و از لحظهٔ $t = 1/5s$ به بعد افزایش می‌یابد. (✓)

ب) شتاب متحرک، **ثابت** و برابر $2\frac{m}{s^2}$ است. (✗)

ج) با توجه به نمودار بالا، بردار مکان متحرک ابتدا در جهت محور x، سپس در خلاف جهت محور x و پس از مدتی مجدد در جهت محور x است. (✗)

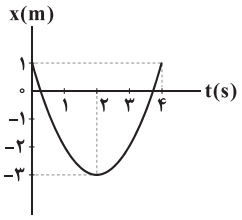
۵۶ **۳** با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 1 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4\frac{m}{s} \\ x_0 = +1\,m \end{cases}$$

می‌دانیم در رأس سهمی، سرعت متحرک برابر صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -4\frac{m}{s}]{a = 2\frac{m}{s^2}} v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

حال نمودار مکان ـ زمان این متحرک را رسم می‌کنیم.



مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 1^2 - 4\times1 + 1 = -2\,m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 4^2 - 4\times4 + 1 = 1\,m \end{cases}$$

بنابراین با توجه به نمودار بالا، مسافت طی‌شده برابر است با: $l = 1 + 4 = 5\,m$

حال به راحتی می‌توان تندی متوسط را به دست آورد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5}{3}\frac{m}{s}$$

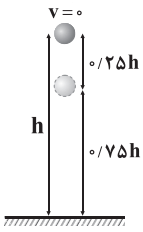
۵۷ **۱** با توجه به رابطهٔ $v = -gt$، اندازهٔ سرعت گلوله را در این دو لحظه محاسبه می‌کنیم.

$$v = -gt \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -10\times3 = -30\frac{m}{s} \Rightarrow |v_1| = 30\frac{m}{s} \\ v_2 = -10\times3/5 = -35\frac{m}{s} \Rightarrow |v_2| = 35\frac{m}{s} \end{cases}$$

با توجه به این‌که حرکت با شتاب ثابت است، بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{30 + 35}{2} = 32/5\frac{m}{s}$$

۵۸ **۳** با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:



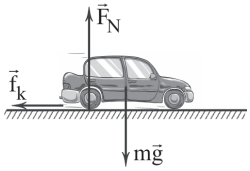
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{25}{100}h = \frac{1}{2}g(t-2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{25}{100}h}{h} = \frac{\frac{1}{2}g(t-2)^2}{\frac{1}{2}gt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{(t-2)^2}{t^2} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{t-2}{t}$$

$$\Rightarrow 5t = 10t - 20 \Rightarrow 5t = 20 \Rightarrow t = 4s$$

۵۹ **۴** پس از ترمز، تنها نیروی مؤثر وارد بر خودرو در راستای افقی، نیروی اصطکاک جنبشی است. در این صورت با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-f_k}{m} = \frac{-\mu_k mg}{m} = -\mu_k g$$

$$\Rightarrow a = -0/25\times10 = -2/5\frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2/5t + 20 \Rightarrow t = 8s$$

۶۰ **۴** شخص برای شروع به حرکت ابتدا شتابی رو به پایین می‌گیرد، در نتیجه وزن ظاهری وی کاهش می‌یابد و ترازو وزن کم‌تری را نشان می‌دهد و در نهایت برای توقف، شتابی رو به بالا می‌گیرد و در نتیجه ترازو وزن بیشتری را نشان خواهد داد.

دقت کنید: توجه داشته باشید که می‌توان این سؤال را مشابه با حالتی فرض کرد که شخص داخل آسانسور ساکن قرار دارد و آسانسور از طبقات بالای ساختمان به طبقات پایین‌تر می‌رود.

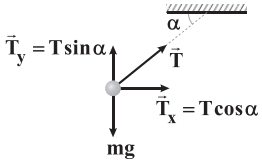
www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۶۱ **۲** فرد، گاری را به سمت شمال هل می‌دهد، **در نتیجه نیروی اصطکاک وارد بر گاری که در خلاف جهت حرکت آن وارد می‌شود، به سمت جنوب خواهد بود.**

از طرفی دیگر، چون فرد گاری را به سمت شمال هل می‌دهد، گاری هم به فرد نیرویی به سمت جنوب وارد می‌کند، بنابراین نیروی **اصطکاک وارد بر فرد به سمت شمال خواهد بود.**

۶۲ **۲** در ابتدا شکل ساده‌ای از شرایط سؤال را رسم می‌کنیم:



برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر است، بنابراین:

$$T_y = mg = ۰/۶ \times ۱۰ = ۶N$$

شتاب حرکت گلوله همان شتاب حرکت کامیون است، پس با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای محور x خواهیم داشت:

$$F_{net_x} = ma \Rightarrow T_x = ma = ۰/۶ \times ۵ = ۳N$$

اندازهٔ نیروی کشش نخ برابر است با:

$$T = \sqrt{T_x^۲ + T_y^۲}$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{۳^۲ + ۶^۲} = \sqrt{۹+۳۶} \Rightarrow T = \sqrt{۴۵} = ۳\sqrt{۵} \Rightarrow T = ۳\sqrt{۵}N$$

۶۳ **۴** در صورت سؤال، هیچ زاویه‌ای بین نیروها گفته نشده است، بنابراین کم‌ترین حالت نیروی خالص و بیشترین حالت نیروی خالص را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{min} = ۴۰ - ۱۵ - ۱۰ = ۱۵N \\ F_{max} = ۴۰ + ۱۵ + ۱۰ = ۶۵N \end{cases}$$

بنابراین:

$$۱۵N \le F_{net} \le ۶۵N$$

طبق قانون دوم نیوتون $(F_{net} = ma)$ داریم:

$$۱۵ \le F_{net} \le ۶۵ \xrightarrow{F_{net} = ma} ۱۵N \le ma \le ۶۵N$$

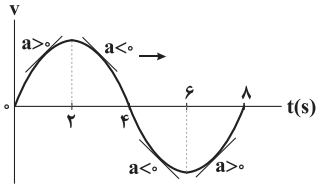
$$\xrightarrow{m = ۴kg} ۱۵N \le ۴a \le ۶۵N \xrightarrow{\div ۴} ۳/۷۵\frac{m}{s^۲} \le a \le ۱۶/۲۵\frac{m}{s^۲}$$

در نتیجه تنها گزینهٔ (۴) که مقدار شتاب را $۱۹/۷۵\frac{m}{s^۲}$ بیان می‌کند، خارج از بازهٔ فوق بوده و غیرقابل قبول است.

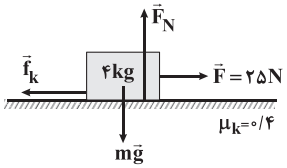
دقت کنید: بیشترین نیروی وارد بر جسم زمانی است که هر سه نیرو هم‌راستا و هم‌جهت باشند و کم‌ترین نیروی وارد بر جسم زمانی است که هر سه نیرو هم‌راستا اما دو نیروی کوچک‌تر، هم‌جهت با هم و در جهت مخالف نیروی بزرگ‌تر باشند.

۶۴ **۲** از لحظهٔ $t = ۰$ تا لحظهٔ $t = ۴s$، سرعت متحرک مثبت بوده و تکانهٔ متحرک در جهت محور xها می‌باشد.

شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هر لحظه نشان‌دهندهٔ شتاب متحرک در آن لحظه است. در دو ثانیهٔ دوم حرکت این شیب منفی بوده، بنابراین شتاب متحرک در این بازهٔ زمانی در خلاف جهت محور x است. از سوی دیگر، جهت نیروی خالص وارد بر متحرک نیز طبق قانون دوم نیوتون $(\vec{F}_{net} = m\vec{a})$ هم‌جهت با شتاب آن می‌باشد.



۶۵ **۲** ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net_x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{\mu_k = ۰/۴} ۲۵ - (۰/۴ \times ۴۰) = ۴a$$

$$\Rightarrow a = \frac{۹}{۴} = ۲/۲۵\frac{m}{s^۲}$$

سطح بر جسم دو نیروی $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_k$ را وارد می‌کند، بنابراین نیرویی که بر جسم از طرف سطح وارد می‌شود برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^۲ + F_N^۲} \xrightarrow[F_N = ۴۰N]{f_k = ۱۶N} R = \sqrt{(۱۶)^۲ + (۴۰)^۲}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{۸^۲ \times (۲^۲ + ۵^۲)} \Rightarrow R = ۸\sqrt{۲۹}N$$

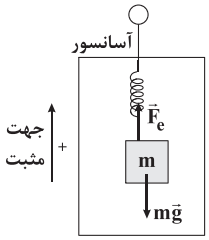
دقت کنید: چون اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه از اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ کم‌تر است، بنابراین جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی است.

۶۶ **۳** در لحظهٔ توقف، تکانهٔ متحرک صفر است و تکانهٔ متحرک در لحظهٔ شروع حرکت برابر با $۷\ \frac{kg.m}{s}$ است، بنابراین نیروی متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی خواسته‌شده برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_۲ - p_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰ - ۷}{۷} = -۱N$$

۶۷ **۲** پس از باز شدن چتر، حرکت چترباز، کندشونده می‌شود تا تندی آن به تندی حدی برسد و پس از آن حرکت با تندی ثابت خواهد بود.

۶۸ **۱** ابتدا شکلی از شرایط سؤال رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow kx - mg = ma$$

برای قسمت اول حرکت می‌توان نوشت:

$$۴۰۰x - (۰/۲ \times ۱۰) = ۰/۲ \times ۲$$

$$\Rightarrow ۴۰۰x - ۲ = ۰/۴ \Rightarrow x = ۰/۰۰۶m = ۰/۶cm$$

در قسمت دوم حرکت، چون حرکت کندشونده است، $a = -۲\frac{m}{s^۲}$ بوده و خواهیم داشت:

$$۴۰۰x' - ۰/۲ \times ۱۰ = ۰/۲ \times (-۲) \Rightarrow ۴۰۰x' - ۲ = -۰/۴$$

$$\Rightarrow x' = ۰/۰۰۴m \Rightarrow x' = ۰/۴cm$$

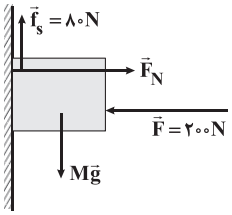
بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{x'}{x} = \frac{۰/۴}{۰/۶} = \frac{\frac{۴}{۱۰}}{\frac{۶}{۱۰}} = \frac{۴۰}{۶۰} = \frac{۲}{۳}$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

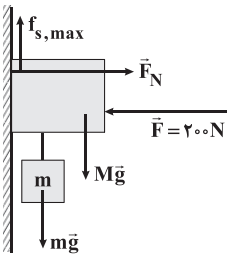
۶۹ **۲** با توجه به شکل زیر، چون جسم به جرم M در راستای قائم در حال تعادل قرار دارد، داریم:



$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow f_s = Mg \xrightarrow{f_s = 80N} Mg = 80$$

$$\xrightarrow{g = 10 \frac{N}{kg}} M \times 10 = 80 \Rightarrow M = \frac{80}{10} = 8kg$$

بعد از آویزان کردن وزنه به جرم m، جسم در آستانهٔ حرکت قرار گرفته و در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه به جسم وارد می‌شود. چون جسم در راستای قائم و افقی در حال تعادل قرار دارد، می‌توان نوشت:



$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 200N$$

$$F'_{net_y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = Mg + mg$$

$$\Rightarrow \mu_s F_N = Mg + mg \xrightarrow[g=10 \frac{N}{kg},\ F_N = 200N]{\mu_s = 0/6,\ M = 8kg}$$

$$0/6 \times 200 = 8 \times 10 + 10m \Rightarrow 120 = 80 + 10m \Rightarrow m = 4kg$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{M}{m} = \frac{8}{4} = 2$$

۷۰ **۳** در هر دو لحظهٔ t_1 و t_2، سرعت چترباز ثابت بوده و در نتیجه شتاب وارد بر چترباز و هم‌چنین برایند نیروهای وارد بر او در هر دو لحظه صفر است، در نتیجه طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=0} F_{net} = f - mg = 0 \Rightarrow f = mg$$

در هر دو وضعیت، با اعمال شرایط فوق، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا با مجموع وزن شخص و چتر برابر است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f_1 = mg \\ f_2 = mg \end{cases} \Rightarrow f_1 = f_2$$

۷۱ **۴** ابتدا به کمک $t = nT$، دوره را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}s$$

به کمک رابطهٔ $v = \frac{2\pi r}{T}$ داریم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3 \times 10}{\frac{1}{3}} = 180 \frac{m}{s}$$

چرخش در $\frac{1}{4}$ دوره برابر ۹۰ درجه می‌باشد، بنابراین تکانهٔ اولیه و ثانویه برهم عمودند، بنابراین:

$$\Delta p = \sqrt{2}\, p_1 \xrightarrow{p = mv} \Delta p = \sqrt{2} \times 2 \times 180 = 360\sqrt{2} \frac{kg.m}{s}$$

۷۲ **۴** اندازهٔ شتاب وارد بر آونگ زمانی که آسانسور به سمت بالا حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_1 = 10 - 1 = 9 \frac{m}{s^2}$$

اندازهٔ شتاب وارد بر آونگ زمانی که آسانسور به سمت پایین حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_2 = 10 + 1 = 11 \frac{m}{s^2}$$

نسبت دورهٔ تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \quad (1)$$

از طرفی در سؤال گفته شده است که دورهٔ تناوب آونگ ۱۰ درصد بیشتر شود، بنابراین:

$$T_1 = T_2 + \frac{10}{100} T_2 = 1/1 T_2$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{11}{10} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{11}{10} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{11}{9}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{121}{100} \times \frac{9}{11} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 0/99$$

طول آونگ باید ۱ درصد کاهش یابد.

۷۳ **۲** ابتدا شتاب گرانش سیارهٔ موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{\frac{G \times M}{(\frac{1}{3}R)^2}}{\frac{G \times 10M}{R^2}} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow g_{سیاره} = 9 \frac{m}{s^2}$$

اندازهٔ شتاب واردشده به آونگ در دو حالت برابر است با:

$$g_1 = g_{سیاره} - 4 = 9 - 4 = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$g_2 = g_{زمین} + 2 = 10 + 2 = 12 \frac{m}{s^2}$$

با در نظر گرفتن ضریب انبساط طولی، نسبت طول آونگ بر روی دو سیاره برابر است با:

$$L_1 = L_2 \times (1 + \alpha \Delta\theta) = L_2 \times (1 + 10^{-3} \times (500)) = 1/5 L_2$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 1/5$$

نسبت دورهٔ نوسان آونگ در دو حالت برابر است با:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{10}{15}} \times \sqrt{\frac{5}{12}} = \sqrt{\frac{5}{18}} = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۷۴ **۳** تندی انتشار موج در این تار برابر است با:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}}=\sqrt{\frac{۲۰۰\times۴}{۲}}=۲۰\frac{m}{s}$$

هر نوسان در این تار با تندی محاسبه‌شده حرکت می‌کند. در نتیجه مدت‌زمان لازم برای پیمودن طول تار توسط نوسان اول برابر است با:

$$\Delta t=\frac{\Delta x}{v}=\frac{۴}{۲۰}=۰/۲s$$

فاصلهٔ هر قله تا درهٔ مجاور برابر با نصف طول موج است، در نتیجه طول موج برابر با ۴ سانتی‌متر است. در نتیجه فرکانس نوسان این نوسانگر برابر است با:

$$v=\lambda f\Rightarrow ۰/۰۴\times f=۲۰\Rightarrow f=۵۰۰Hz$$

بنابراین نوسانگر در هر ثانیه ۵۰۰ نوسان انجام می‌دهد، بنابراین تعداد نوسان‌ها در بازهٔ زمانی موردنظر برابر است با: $n=\Delta t\times f=۰/۲\times۵۰۰=۱۰۰$

۷۵ **۲** رابطهٔ سرعت انتشار موج در تار به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}}\xrightarrow{m=\rho V}v=\sqrt{\frac{FL}{\rho V}}$$

$$\xrightarrow{V=AL}v=\sqrt{\frac{FL}{\rho AL}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}v=\frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

نسبت تندی انتشار موج در دو تار برابر است با:

$$\frac{v_B}{v_A}=\frac{D_A}{D_B}\times\sqrt{\frac{F_B}{F_A}}\times\sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}}=\frac{۳}{۲}\times\sqrt{\frac{۱}{۲}}\times\sqrt{\frac{۱}{۲}}=\frac{۳}{۴}$$

۷۶ **۲** چون محل اتصال هر دو ریسمان را به سمت بالا می‌کشیم، نیروی کشش برای هر دو یکسان است. به کمک رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ رابطهٔ بین تندی انتشار موج در دو ریسمان را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}\xrightarrow{\mu_۲=۹\mu_۱}\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{\mu_۱}{۹\mu_۱}}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow v_۲=\frac{۱}{۳}v_۱\qquad(*)$$

چون موج هر دو ریسمان هم‌زمان به انتهای طناب‌ها می‌رسند، پس t برای هر دو ریسمان، یکسان است و جابه‌جایی هر موج نیز روی هر ریسمان برابر طول آن ریسمان است.

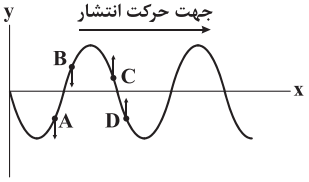
$$\Delta x=vt\Rightarrow\begin{cases}L_۱=v_۱t\\L_۲=v_۲t\end{cases}\Rightarrow\frac{L_۱}{L_۲}=\frac{v_۱}{v_۲}\xrightarrow{(*)}\frac{L_۱}{L_۲}=۳$$

با توجه به شکل سؤال، مجموع طول دو ریسمان برابر ۸m است، بنابراین:

$$L_۱+L_۲=۸m\xrightarrow{L_۱=۳L_۲}۳L_۲+L_۲=۸\Rightarrow L_۲=۲m$$

$$L_۱=۳L_۲\Rightarrow L_۱=۶m$$

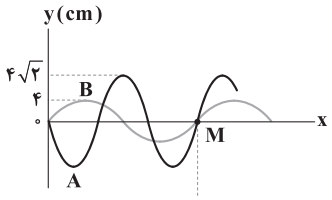
۷۷ **۳** برای تشخیص جهت نوسان هر نقطه روی شکل موج کافی است به قبل نقطه نگاه کنیم. در این سؤال چون موج به سمت راست می‌رود، به سمت چپ هر نقطه توجه کرده و جهت نوسان آن را تعیین می‌کنیم:



نقاط C و D رو به بالا می‌روند، ولی نقطهٔ C در حال دور شدن از وضع تعادل (محور x) است، پس حرکت آن کندشونده است، ولی نقطهٔ D در حال نزدیک شدن به وضع تعادل (محور x) است، پس حرکت آن تندشونده است.

۷۸ **۲** با توجه به شکل، دامنهٔ امواج برابر هستند با:

$$A_A=۴\sqrt{۲}cm\quad و\quad A_B=۴cm$$



با در نظر گرفتن نقطه‌ای مثل M که دو موج روی محور xها یک‌دیگر را قطع می‌کنند، رابطهٔ طول موج‌ها را به دست می‌آوریم. تا نقطهٔ M برای موج B یک λ_B و برای موج A مقدار $\frac{۳\lambda_A}{۲}$ گذشته است، در نتیجه: $\lambda_B=\frac{۳}{۲}\lambda_A$

بسامد با طول موج رابطهٔ عکس دارد، بنابراین: $f_B=\frac{۲}{۳}f_A$

انرژی موج با مجذور دامنه و مجذور بسامد رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{E_A}{E_B}=(\frac{A_A}{A_B})^۲\times(\frac{f_A}{f_B})^۲\xrightarrow[\frac{f_A}{f_B}=\frac{۳}{۲}]{A_A=۴\sqrt{۲}cm\ ,\ A_B=۴cm}$$

$$\frac{E_A}{E_B}=(\frac{۴\sqrt{۲}}{۴})^۲\times(\frac{۳}{۲})^۲=۲\times\frac{۹}{۴}=\frac{۹}{۲}$$

۷۹ **۲** **بررسی گزینه‌ها:**

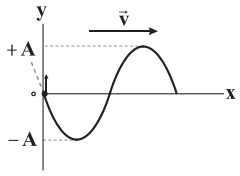
۱ و ۲) اگر موجی از یک محیط وارد محیط دیگر شود، بسامد ثابت می‌ماند، زیرا بسامد به شرایط محیط وابسته نیست.

۳ و ۴) انرژی با مجذور دامنه و بسامد رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{E_۲}{E_۱}=(\frac{A_۲}{A_۱})^۲\times(\frac{f_۲}{f_۱})^۲\xrightarrow{\frac{A_۲}{A_۱}=۲\ و\ \frac{f_۲}{f_۱}=۲}\frac{E_۲}{E_۱}=۲^۲\times۲^۲=۱۶$$

پس گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

۸۰ **۲** کافی است نقطهٔ شروع موج را بررسی کرده و ابتدا جهت نوسان آن را تعیین کنیم. چون موج به سمت راست می‌رود، به چپ نقطهٔ شروع دقت می‌کنیم که در نتیجه جهت نوسان آن رو به بالا است.



نقطهٔ شروع در وضع تعادل است (روی محور x) و $\frac{T}{۴}$ ثانیه بعد به $+A$ می‌رسد، پس گزینهٔ (۲) صحیح است که نقطهٔ شروع آن $+A$ است.

شیمی

۸۱ **۱**

$$۲RCOONa+CaCl_۲\rightarrow Ca(RCOO)_۲+۲NaCl$$

$$\frac{\text{گرم کلسیم کلرید}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{گرم سدیم کلرید}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow\frac{xgCaCl_۲}{۱\times۱۱۱}=\frac{۳۵/۱gNaCl}{۲\times۵۸/۵}\Rightarrow x=۳۳/۳gCaCl_۲$$

$$ppm=\frac{\text{گرم کلسیم کلرید}}{\text{گرم محلول}}\times۱۰^۶\Rightarrow ppm=\frac{۳۳/۳g}{۱۲۰۰۰}\times۱۰^۶=۲۷۷۵$$

www.1shoo.ir

www.1shoo.ir

۸۲ ۳ مطابق داده‌های سؤال در زنجیر هیدروکربنی پاک کنندهٔ غیرصابونی مورد نظر یک پیوند $C=C$ و در حلقهٔ بنزنی آن، سه پیوند $C=C$ وجود دارد. به این ترتیب فرمول کلی پاک‌کنندهٔ A به صورت $C_nH_{2n-1}C_6H_4SO_3Na$ خواهد بود.

با توجه به متن سؤال می‌توان نوشت:

$$(2n-1)+4=31 \Rightarrow n=14$$

$$\frac{\%C}{\%O}=\frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم اکسیژن}}=\frac{12(n+6)}{16(3)}=\frac{12(14+6)}{16(3)}=5$$

۸۳ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

در روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$)، شمار اتم‌های هیدروژن، کم‌تر از دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

۸۴ ۴ نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است و در آب تقریباً به‌طور کامل یونش می‌یابد ($\alpha \simeq 1$)، نیتروسید یک اسید ضعیف است و در آب به‌طور جزئی یونش می‌یابد. هرچه غلظت نیتروسید بیشتر باشد، امکان یونش کم‌تر شده و درجهٔ یونش کوچک‌تر می‌شود.

۸۵ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- ذره‌های سازندهٔ سوسپانسیون، ذره‌های ریزماده هستند.
- صابون‌ها با آب و آلاینده‌ها هیچ‌گونه واکنش شیمیایی نمی‌دهند.

۸۶ ۴

$$[HNO_2]=\frac{[H^+]}{\alpha}=\frac{10^{-PH}}{\alpha}=\frac{10^{-4/1}}{0/5\times10^{-2}}$$

$$=\frac{10^{0/9-5}}{5\times10^{-3}}=\frac{8\times10^{-5}}{5\times10^{-3}}=1/6\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$[HNO_3]=[H^+]=10^{-PH}=10^{-2/4}=10^{0/6-3}=4\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

با توجه به این‌که حجم محلول سود لازم برای خنثی کردن محلول نیتروسید، $\frac{1}{3}$ حجم محلول سود لازم برای خنثی کردن محلول نیتریک اسید است می‌توان نوشت:

$$n_1M_1V_1=\frac{1}{3}n_2M_2V_2 \Rightarrow 1\times1/6\times10^{-2}\times a=\frac{1}{3}\times1\times4\times10^{-3}\times b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{1}{12}$$

۸۷ ۲ مطابق داده‌های سؤال، اکسید مورد نظر بازی است.

اغلب اکسیدهای فلزی خاصیت بازی دارند. سه عنصر A، X و G که به ترتیب همان $_{56}Ba$، $_{11}Na$ و $_{38}Sr$ هستند، جزو فلزها طبقه‌بندی می‌شوند و اکسید آن‌ها خاصیت بازی دارد.

۸۸ ۱

$$RCOOH+NaOH \rightarrow RCOONa+H_2O$$

$$\frac{\text{گرم اسید چرب}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{گرم سود ناخالص}\times\frac{P}{100}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{113/6}{1\times M}=\frac{26/67\times\frac{60}{100}}{1\times40}$$

$$\Rightarrow M=284\ g.mol^{-1} \Rightarrow C_nH_{2n+1}COOH: 284\ g.mol^{-1}$$

$$\Rightarrow 12n+2n+1+12+2(16)+1=284 \Rightarrow n=17$$

$$\%C=\frac{(17+1)\times12}{284}\times100\simeq\%76/05$$

۸۹ ۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند. آزمایش‌های دقیق نشان می‌دهند که آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.

۹۰ ۴

$$N_2O_5(s)+H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq)$$

$$\frac{432\times10^{-3}\ g}{1\times108}=\frac{x\ mol}{2} \Rightarrow x=0/008\ mol\ HNO_3$$

$$?mol\ NaOH=480\times10^{-3}\ g\times\frac{1\ mol}{40\ g}=0/012\ mol\ NaOH$$

$$\text{مول NaOH باقی‌مانده}=0/012-0/008=0/004\ mol\ NaOH$$

$$[NaOH]=\frac{0/004}{8}=5\times10^{-4} \Rightarrow [OH^-]=5\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow [H^+]=\frac{10^{-14}}{5\times10^{-4}}=\frac{1}{5}\times10^{-10}=2\times10^{-11}$$

$$pH=-\log(2\times10^{-11})=10/7$$

۹۱ ۳ ابتدا از رابطهٔ مقابل، غلظت مولی محلول نیتروسید را به دست می‌آوریم:

$$[HNO_2]=\frac{10(\text{درصد جرمی})(\text{چگالی محلول})}{\text{جرم مولی حل‌شونده}}$$

$$=\frac{10\times24\times1/034}{47}=5/28\ mol.L^{-1}$$

$$\text{درصد یونش}=\frac{0/132\ mol.L^{-1}}{5/28\ mol.L^{-1}}\times100=\%2/5$$

۹۲ ۲

$$NaHCO_3(s)+HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq)+CO_2(g)+H_2O(l)$$

$$HCl: pH=1/1 \Rightarrow [H^+]=10^{-1/1}=10^{0/9-2}=(10^{0/3})^3\times10^{-2}$$

$$=8\times10^{-2}\ mol.L^{-1} \Rightarrow [HCl]=8\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$\frac{0/4L\times8\times10^{-2}\ mol.L^{-1}HCl}{1}=\frac{8g NaHCO_3\times\frac{P}{100}}{1\times84}$$

$$\Rightarrow \%P=\%33/6$$

۹۳ ۲

$$K_a=\frac{\alpha^2[HA]}{1-\alpha} \Rightarrow 2\times10^{-2}=\frac{\alpha^2(4\times10^{-2})}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 1-\alpha=2\alpha^2 \Rightarrow 2\alpha^2+\alpha-1=0$$

$$\Rightarrow \alpha=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(2)(-1)}}{2(2)} \Rightarrow \begin{cases}\alpha_1=0/5 & \checkmark\\ \alpha_2=-1 & \times\end{cases}$$

$$[H^+]=\alpha[HA]=\frac{1}{2}\times0/04=0/02$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log(0/02)=1/7$$

۹۴ ۳ در سلول گالوانی «آلومینیم ـ مس»، تیغهٔ آلومینیمی در نقش آند ظاهر می‌شود. می‌دانیم هر مول Al با تبدیل به Al^{3+}، سه مول الکترون از دست می‌دهد.

$$Al \sim 3e^-$$

$$\frac{121/5\times\frac{70}{100}\times\frac{50}{100}}{1\times27}=\frac{x}{3} \Rightarrow x=4/725\ mole^-$$

www.1shoo.ir

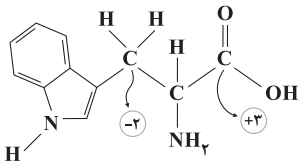
www.1shoo.ir

۹۵ **۱** فقط عبارت آخر درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- برای انجام واکنش اکسایش ـ کاهش در سلول نور الکتروشیمیایی از نور استفاده می‌شود.
- در سلول گالوانی آهن ـ قلع، کاتیون‌های قلع در نیم‌سلول کاتدی قرار دارند.
- کم‌ترین عدد اکسایش $_{۳۵}A$ و $_{۲۵}X$ به‌ترتیب برابر با -۱ و صفر است.

۹۶ **۳** بیشترین و کم‌ترین عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب مورد نظر برابر $+۳$ و -۲ بوده که تفاوت آن‌ها برابر با ۵ است.



۹۷ **۳** نیم‌واکنش‌های آندی در دو حالت مختلف به صورت زیر است:

$$\text{قبل از تغییر}: Fe(s) \rightarrow Fe^{۲+}(aq) + ۲e^-$$

$$\text{پس از تغییر}: Cu(s) \rightarrow Cu^{۲+}(aq) + ۲e^-$$

مطابق فرض سؤال مقدار الکترون مبادله شده در دو حالت یکسان در نظر گرفته شده است:

$$Fe \sim Cu \Rightarrow \frac{۱/۱۲}{۱\times ۵۶} = \frac{x}{۱\times ۶۴} \Rightarrow x = ۱/۲۸ g Cu$$

۹۸ **۲**

$$I)\ Fe(CN)_۶^{۳-} + ۱۰Cr_۲O_۷^{۲-} + ۸۰H^+ \rightarrow Fe^{۳+} + ۶CO_۲$$
$$+ ۶NO_۳^- + ۲۰Cr^{۳+} + ۴۰H_۲O$$

$$۱۰Cr_۲O_۷^{۲-} \rightarrow ۲۰Cr^{۳+} : ۱۰\times ۲[(+۶)-(+۳)] = ۶۰e^-$$

$$II)\ ۲Mn^{۲+} + ۵BiO_۳^- + ۱۴H^+ \rightarrow ۵Bi^{۳+} + ۲MnO_۴^- + ۷H_۲O$$

$$۲Mn^{۲+} \rightarrow ۲MnO_۴^- : ۲|[(+۲)-(+۷)]| = ۱۰e^-$$

نسبت مورد نظر برابر است با: $\frac{۶۰}{۱۰} = ۶$

۹۹ **۲** برای حل این سؤال کافیست مطابق شکل زیر عمل کنید.

	E°
$۰/۷۸V$	Cu
	Fe
$۱/۲۲V$	Al

$$x = ۱/۲۲ + ۰/۷۸ = ۲/۰۰ V$$

۱۰۰ **۲** عدد اکسایش اتم نیتروژن در هیدرازین $(N_۲H_۴)$ برابر -۲ و در مولکول نیتروژن $(N_۲)$ برابر با صفر است. بنابراین تغییر عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر با ۲ و برای دو اتم نیتروژن برابر با ۴ است.

$$N_۲H_۴ + O_۲ \rightarrow N_۲ + ۲H_۲O$$

$$N_۲H_۴ \sim ۴e^-$$

$$\frac{\text{فراورده} ۲۵/۶g}{(۲\times ۱۴)+۲(۱۸)} = \frac{x}{۴\times ۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}} \Rightarrow x = ۹/۶۳۲\times ۱۰^{۲۳} e^-$$

۱۰۱ **۲** عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در واکنش ترمیت $(Fe_۲O_۳ + ۲Al \rightarrow ۲Fe + Al_۲O_۳)$، واکنش‌دهندهٔ عنصری (Al) با تبدیل به $Al_۲O_۳$ اکسایش‌یافته و نقش کاهنده را دارد.
- برای تولید گاز $H_۲$، روش‌های دیگری علاوه‌بر برقکافت آب، مانند سلول نور الکتروشیمیایی وجود دارد.

۱۰۲ **۱**

$$۲Al_۲O_۳ + ۳C \rightarrow ۴Al + ۳CO_۲$$

$$\text{درصد جرمی تیغهٔ آندی } (C) \text{ در مخلوط واکنش‌دهنده‌ها} = \frac{۳C}{۲Al_۲O_۳ + ۳C}\times ۱۰۰$$

$$= \frac{۳(۱۲)}{۲(۱۰۲)+۳(۱۲)}\times ۱۰۰ = \frac{۳۶}{۲۴۰}\times ۱۰۰ = ٪۱۵$$

$$٪۱۵\times ۱۰۰۰ kg = ۱۵۰ kgC$$

۱۰۳ **۳** به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

برخی فلزها مانند Al با این‌که اکسایش می‌یابند اما خورده نمی‌شوند.

۱۰۴ **۴** هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۱۰۵ **۱** فقط عبارت نخست، نادرست است.

در سلول‌های الکترولیتی، آند به قطب مثبت باتری متصل است.

www.1shoo.ir